

**История одной находки :  
как была заново открыта и интерпретирована  
статья Слуцкого 1915 г.**

**Резюме**

Широко известен факт, что статья Слуцкого, опубликованная в 1915 г. под заглавием «Sulla teoria del bilancio del consumatore» («К теории бюджета потребителя»), прошла незамеченной, и ее предстояло заново открыть в начале 30-х гг. На основе опубликованной информации в данной статье представлены в общих чертах взаимоотношения, сложившиеся между главными участниками работы по восстановлению статьи Слуцкого. Это Доминедо, Шульц, Хикс и Аллен.

В первой части статьи показано, что сами участники проявили странную уклончивость при упоминании статьи Слуцкого, хотя есть основания предположить, что Доминедо, Шульц и Хикс заново открыли эту статью независимо друг от друга. Во второй части статьи авторы дают возможное объяснение этому позднему и несколько странному признанию. Они показывают, что участники восстановления статьи давали разную интерпретацию статье Слуцкого, и это легло в основу ссоры по методологическим причинам между Шульцем и Алленом. В то время как Шульц с похвалой отзывался о статье Слуцкого за очень удачное определение взаимодополняемости, Аллен подчеркивал, что Слуцкий не дал объяснения неинтегрируемого случая.

**Введение**

В июне 1915 г. русский статистик Евгений Слуцкий отправил из Киева статью в журнал «Giornale degli economisti»; статья была опубликована в специальном июльском выпуске этого журнала под заглавием «Sulla teoria del bilancio del consumatore» («К теории бюджета потребителя»).

Статья прошла незамеченной. Как теперь стало известно, статья Слуцкого является наиболее выдающимся примером оставленных без внимания работ, оригинальность и важность которых признаются только после получения другими аналогичных результатов.<sup>6</sup> Можно привести много причин подобного забвения.

Аллен писал в 1936 г.: «Интересно отметить длительный период времени, отделяющий публикацию сугубо математических теорий, таких как теории Джонсона и Слуцкого, от всеобщего признания основных достижений этих теорий.

---

<sup>6</sup> Хотя это и наиболее известное упущение, но оно не самое продолжительное. Статья Антонелли от 1886 г. должна была ждать до 1943 г., когда ее открыл Уолд (см. [4], p. 321).

Кроме того, если вспомнить, что статья Слуцкого была опубликована в стране, активно готовящейся к войне, то нельзя удивляться тому, что работа оставалась совершенно неизвестной англоязычным экономистам» [2, р. 120].

Действительно, факт опубликования статьи Слуцкого в итальянском журнале может показаться естественным объяснением того, что она прошла незамеченной.

Позднее Хикс заявлял: «Неизвестно, как могло случиться, что Слуцкий, русский, опубликовал свою статью в итальянском журнале; ни в Италии, ни в России, ни где-нибудь еще статья не имела никакого отклика. Ее пришлось открывать заново после выхода нашей работы» (работы Хикса и Аллена в 1934 г.). На самом деле нет ничего удивительного в публикации статьи Слуцкого в «Giornale degli economisti», поскольку, как указывал сам Слуцкий, он дополнял работу Парето на тему полезности и спроса, опубликованную именно в этом журнале (1892—1893).

Отметим, что он высказывал следующие замечания по поводу основного уравнения ценности:<sup>7</sup>

«Формулы, содержащиеся в тексте, были выведены Парето и опубликованы в этом журнале в августе 1892 г. (см. также Учебник по политической экономии (*Manuel d'économie politique*, 1909, р. 581)). Разница в обозначениях и форме между нашими формулами и соответствующими формулами Парето столь несущественна, что можно рассматривать эти формулы как идентичные» [41, 12n].

Наиболее широко цитируются слова одобрения Аллена [2], высказанные по поводу статьи Слуцкого.<sup>8</sup> Однако точно установлено, что Аллен не был первым автором, кто упомянул о ней. Насколько можно быть уверенным, исходя из опубликованной информации, В. Доминедо, Г. Шульц, Дж. Хикс и Р. Аллен обнаружили и в полной мере оценили статью независимо друг от друга. Хотя невозможно прояснить запутанные обстоятельства, связанные с этими независимыми открытиями, все же вполне возможно предложить некоторые объяснения.<sup>9</sup> В первой части статьи мы предлагаем краткий комментарий по каждому из трех независимых открытий, сосредоточившись в основном на информации, дающей фактический материал.

<sup>7</sup> Парето прошел большую часть пути в направлении, ведущем к уравнению Слуцкого, в октябре 1893 г. [26, р. 304—306]. В 1892 г. Парето не предполагал, что предельная полезность является функцией всех количеств, но его математический метод был таким же. За дальнейшими подробностями обращайтесь к работе Чипмана [5, р. 72—74].

<sup>8</sup> Аллен [8] вернулся к этой теме.

<sup>9</sup> Возможно, что некоторые невыясненные вопросы смогут быть прояснены учеными, имеющими доступ к неопубликованным статьям Хикса, Аллена, Шульца и др. Например, Ханде и Миrowsки представили материалы переписки Г. Хотеллинга, касающиеся статьи Слуцкого.

Кроме того, ввиду довольно смутных сведений, полученных от самих участников восстановления статьи Слуцкого, интересно продвинуться немного дальше и прокомментировать обсуждение обнаруженной статьи с точки зрения методологии использования теории полезности и спроса. Поэтому во второй части мы уделим основное внимание интерпретации статьи Слуцкого самими участниками ее восстановления. Сравнивая интерпретацию, данную Шульцем и Алленом, мы видим, что в 30-е гг. статья Слуцкого вскоре стала объектом теоретических споров.

### 1. Три независимых открытия

В данном рассказе можно выделить три разные «команды» участников восстановления статьи. Они случайно обнаружили статью Слуцкого, опубликованную в 1915 г., совершенно независимо друг от друга, но не одновременно. Давайте расположим материал, насколько это возможно, в хронологическом порядке.

#### Команда Риччи—Доминедо

Первая высокая оценка работы Слуцкого в экономическом журнале была высказана в большой статье Доминедо по теории спроса, опубликованной в 1933 г. Доминедо [7, р. 789–805] посвящает последние страницы статьи математическому и теоретическому изложению материала в статье Слуцкого; он оценивает ее как «работу, представляющую значительную ценность, но трудную для прочтения» [7, 790n], и позже мы увидим, что он несомненно был первым автором, кто понял важность статьи Слуцкого. Но Доминедо не проявляет удивления по поводу того, что эта статья так долго оставалась незамеченной.

Остается открытым вопрос, как статья Слуцкого попала в руки Доминедо. Один из авторов проверил все работы, опубликованные после 1915 г., на которые ссылается Доминедо [7], и только в одной из них он нашел ссылку на работу Слуцкого [41], это работа Риччи [31]. Это первая ирония судьбы в данной истории, поскольку Риччи воплощает чистейшие маршаллианские, кардиналистские и гедонистские традиции в академическом мире Италии того периода.

В более ранней статье Риччи [28] рассматривал случай, где функция полезности отдельного лица была аддитивно разложима. Вместо того чтобы считать предельную полезность для всех товаров убывающей, и притом положительной, Риччи допустил, что предельная полезность одного из товаров сначала возрастает, а затем убывает. Далее он показал [28, р. 135], что при выполнении некоторого неравенства спрос на данный товар на участке возрастающей предельной полезности является возрастающей функцией его цены. Слуцкий [41, р. 18] рассмотрел результат Риччи и показал, что неравенство Риччи было не чем иным, как нарушением условия второго порядка для условного максимума

полезности (так называемого «условия устойчивости»). Риччи вернулся к этому вопросу в статье 1932 г., приводимой Доминедо, и согласился с критикой Слуцкого; он также дал более подробное объяснение ошибки, на которую указал Слуцкий.

Таким образом, можно задать вопрос: если бы Риччи не допустил своей ошибки в 1904 г., дав тем самым повод Слуцкому изложить ее в своей статье от 1915 г., и если бы Риччи не отрекся от этой ошибки в 1932 г., не оставались ли бы мы до сих пор в неведении относительно вклада Слуцкого?

Неизвестно в точности, когда Риччи ознакомился со статьей Слуцкого. Хотя Риччи [29] опубликовал статью в том же специальном выпуске 1915 г. «Giornale degli economisti», он [30, p. 419, 425] все еще положительно отзывался о своей ранней статье 1904 г., причем нельзя было судить, был ли он знаком со статьей Слуцкого к этому времени. Следовательно, мы должны датировать обнаружение Риччи статьи Слуцкого периодом 1925–1931 гг., возможно ближе к последней дате. Следует также отметить, что в другой статье 1932 г., опубликованной в «Journal of Political Economy» [32], он не упоминает Слуцкого, не делает этого он и в своей статье 1933 г. о спросе на заменители [33]. Хотя Риччи, вероятно, был первым экономистом, упомянувшим о статье Слуцкого в опубликованной статье, он не понимал важности статьи Слуцкого и не участвовал в ее восстановлении.

### Команда Шульц—Фридмен

Первое опубликованное признание важности статьи Слуцкого в Америке можно найти в статье Шульца 1935 г. — «Interrelations of demand, price and income» («Взаимосвязи между спросом, ценой и доходом»). Известно, что М. Фридмен, молодой ассистент в исследовательской работе Шульца в Чикаго, принимал активное участие в этой статье и в последовавшей затем книге 1938 г.<sup>10</sup> В этой мере Фридмен разделяет с Шульцем работу по восстановлению статьи Слуцкого.<sup>11</sup>

Действительно, статья Шульца [39] содержит подробный анализ статьи Слуцкого, а также сравнение со статьей Хикса и Аллена [17]. В своей статье Шульц занимается вопросом определения реакции потребителей на изменение их дохода и цены на какой-либо товар: «Решение данной проблемы сначала было дано Парето в 1892 г., затем было упрощено, расширено и выражено в более изящной форме про-

<sup>10</sup> До некоторой степени Шульц разделял авторство статьи 1935 г. с М. Фридменом; он писал: «Я глубоко признателен г-ну Милтону Фридмену за неоценимую помощь в области теоретических и статистических исследований, лежащих в основе данной работы» [39, p. 433]. См. также [40].

<sup>11</sup> В мае 1935 г. Шульц перевел на английский язык статьи Слуцкого и послал перевод Хотеллингу [12, p. 361].

фессором Евгением Слуцким, русским статистиком и экономистом, в замечательной статье 1915 г.».

Ни в этой статье, ни в следующей канонической работе «The theory and measurement of demand» Шульц не уточнил, при каких обстоятельствах и где именно ему попала в руки статья Слуцкого 1915 г. В одном месте он пишет: «Оказалось, что значение этой статьи не было замечено до 1933 г., когда она была обнаружена Валентино Доминедо из университета Боккони, г-ном Дж. Р. Хиксом и мной» [40, 38n] (курсив наш. — *Авт.*).

В другом месте он пишет: «Хикс и Аллен вывели свои результаты совершенно независимо от статьи Слуцкого... которая была обнаружена доктором Хиксом и мной в 1934 г.» [40, р. 620] (курсив наш. — *Авт.*).

В данном вопросе мы должны довольствоваться предположениями. Г. Шульц, широко знакомый с европейскими работами, провел 1933/34 год в Европе, где у него была возможность самому ознакомиться с работой Хикса, Аллена и других авторов по основам теории спроса. Таким образом, вероятно, что статья Слуцкого была предложена его вниманию во время его тура по Европе [12, р. 361], приблизительно в то время, когда была опубликована статья Доминедо 1933 г. Статья Доминедо 1933 г., на которую ссылался Шульц, содержит ссылки на более ранние публикации Шульца [37], а работа Шульца 1938 г. свидетельствует о его широкой осведомленности в области итальянской литературы, а также о его обширной переписке с итальянскими экономистами; следовательно, есть основание предположить, что Доминедо послал оттиск своей статьи Шульцу. Шульц, просматривая «Giornale degli economisti» в библиотеке Чикагского университета, мог и сам случайно обнаружить статью Слуцкого.

Тем не менее некоторые замечания Шульца озадачивают. Не странно ли, что Шульц, будучи очень внимательным ученым, не упоминает Аллена? Не странно ли и то, если понять заявление Шульца буквально, что Хикс также обнаружил статью Слуцкого в 1933 г. до публикации статьи Хикса—Аллена<sup>12</sup>

#### Команда Хикс—Аллен

Хикс и Аллен [17, р. 209–210] получили независимо от Слуцкого [41] разложение эластичности спроса на какое-либо благо на слагаемое, включающее эластичность спроса по доходу, и на эластичность взаимодополняемости. Позднее Хикс [13, р. 13–14], отдавая должное Слуцкому, но не делая никакой ссылки, показал, как это соотносилось с уравнением Слуцкого, которое он описал как «фундаментальное уравнение теории ценности». [13, р. 13]. Первое подробное обсуждение статьи

<sup>12</sup> Первая часть работы Хикса и Аллена [17] была опубликована в феврале 1934 г.; вторая часть вышла только в мае 1934 г.

Слуцкого командой Хикса—Аллена было сделано Алленом [2], выразившим определенное признание ее важности следующим образом: «В статье [1934] были широко использованы идеи математической работы Джонсона, но мы считали, что некоторые из полученных результатов, кроме метода приближения, были полностью оригинальными. Однако позднее наше внимание привлекла значительная статья профессора Слуцкого из университета Шаркова».

Кто привлек их внимание к этой статье? Мы не знаем. Аллен [3, р. 210] выражается не очень ясно: «Хикса и меня привели к оригинальной работе Слуцкого различные ссылки на нее». Какие «различные ссылки»? Мы не знаем. Мы должны довольствоваться тем, что Аллен признает приоритет Шульца в этом вопросе, но не упоминает Доминедо: «Кажется, Шульц обнаружил журнал со статьей Слуцкого значительно раньше, но совершенно независимо от нас с Хиксом» [2, р. 120].<sup>13</sup>

В качестве свидетельства невезения Слуцкого, связанного с опубликованием статьи в итальянском журнале в военное время, Аллен [3, р. 210] заявил: «Даже Шульц не обнаружил статью Слуцкого почти до 1934 г.». Разумеется, Аллен принимает, как само собой разумеющееся, знакомство Шульца с работами итальянских экономистов, особенно с традицией Парето.<sup>14</sup> Однако то же самое можно сказать и о Хиксе, который умел говорить и писать по-итальянски и хорошо знал своих итальянских коллег.<sup>15</sup> В своей работе 1937 г., а также в работе «Value and capital» («Ценность и капитал») он очень неопределенно высказывается на эту тему.<sup>16</sup> Тем не менее он более щедр на похвалы в адрес русского статистика, чем Аллен: «Следует отдать должное русскому экономисту Евгению Слуцкому за впервые правильно выбранный путь исследования... Работа Слуцкого осталась почти не замеченной. Я не знал о ней, когда начал собственное исследование: Р. Дж. Д. Аллен и я пришли к аналогичным результатам без помощи Слуцкого» [13, р. 4–5].

Весьма примечателен факт, что Хикс [14], не колеблясь, признает значение Слуцкого в развитии теории полезности и спроса. Он также немного проясняет вопросы хронологии, связанные с обнаружением статьи Слуцкого: «Теория, которая будет изложена в этой и двух последующих главах, принадлежит, по существу, Слуцкому, с той лишь оговоркой, что я совершенно не был знаком с его работой ни во время завершения своего собственного исследования, ни даже некоторое время после опубликования содержания этих глав в журнале *Economica*

<sup>13</sup> Следует отметить, что Доминедо не сослался на более раннюю работу Аллена [1], хотя он сослался на Джонсона [21].

<sup>14</sup> См. [38, 40].

<sup>15</sup> Согласно Легрису [23, р. 109], «Хикс каждый год ездил в итальянские университеты». Но Легрис [23] не указывает на источник своей информации.

<sup>16</sup> Хикс [16, р. 3] не сообщает новой информации.

Р. Г. Д. Алленом и мной. Работа Слуцкого сильно математизирована, в ней мало рассуждений о важности его теории. Все это (а также время, когда была опубликована работа), возможно, и объясняет, почему столь долгое время она не оказывала влияния на развитие экономической мысли и пришлось открыть ее заново» [14, р. 19].<sup>17</sup>

Как резонно предположил Хикс, вполне вероятно, что статья Слуцкого была прочитана в тот период некоторыми экономистами, но ее самобытность не была понята. Теперь мы подошли к тому, чтобы задать следующий вопрос: почему статья Слуцкого была открыта заново? Чтобы ответить на этот вопрос, полезно изложить теоретический контекст, на фоне которого была обнаружена и внимательно изучена статья Слуцкого. Исходя из того, как статья интерпретировалась, можно немного прояснить вопрос, почему она привлекла внимание ученых.

## **2. Теоретический контекст переоткрытия Слуцкого**

Состояние теоретических исследований, способствовавших признанию статьи Слуцкого, можно в общих чертах охарактеризовать следующим образом. С одной стороны, экономисты-математики того периода пытались продолжить анализ спроса в плане теории Парето равновесия индивида. С этой точки зрения неудивительно, что статья Слуцкого была представлена как кульминация программы Парето. Известно, что Хикс и Аллен [17], независимо от Слуцкого, пришли к идее разложения изменения потребляемого количества в связи с изменением цены. «Уравнение Слуцкого» было представлено как наиболее обобщенное эмпирическое ограничение функций индивидуального спроса. Более того, статья Слуцкого была основана на идее исследования экономических взаимосвязей. Это тоже можно отнести к методологическим принципам Парето. В этом отношении наиболее важным результатом Слуцкого является не уравнение Слуцкого, а отношение симметрии. Учитывая эту методологическую цель, не следует удивляться, что статья Слуцкого привлекла как экономистов-статистиков, так и экономистов-математиков. В данном разделе мы выдвигаем предположение, что результаты, полученные Слуцким, неодинаково интерпретировались основными участниками этой истории.

### **Интерпретация результатов Слуцкого, данная самим Слуцким**

Вернемся к уравнениям Слуцкого, выражающим изменение объема спроса на какое-либо благо как реакцию на изменение цены на другое благо.

<sup>17</sup> По: Хикс Дж. Р. Стоимость и капитал. М., 1988. С. 112.

Основное уравнение ценности может быть записано следующим образом (приняты обозначения Слуцкого):

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_j} = u' \frac{M_{ij}}{M} - x_j \frac{\partial x_i}{\partial s}. \quad (1)$$

Из основных свойств определителей можно вывести следующее равенство<sup>18</sup>:

$$k_{ij} = u' \frac{M_{ij}}{M} = \frac{\partial x_j}{\partial p_i} + x_i \frac{\partial x_i}{\partial s} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j} + x_j \frac{\partial x_i}{\partial s} = u' \frac{M_{ij}}{M} = k_{ji}. \quad (2)$$

$k_{ij}$  может рассматриваться как изменение спрашиваемого количества  $dx_j$ , которое было бы получено, если бы изменение цены  $dp_i$  сопровождалось компенсирующей корректировкой денежного дохода, дающей возможность потребителю оставаться на том же уровне безразличия.

По выражению Слуцкого,  $k_{ij}$  — «остаточная изменчивость»  $j$ -того блага в случае «компенсированного изменения» цены  $p_i$ . Равенство  $k_{ij} = k_{ji}$  (уравнение (55) в статье Слуцкого) названо *законом обратимости* (далее мы будем называть его «условиями симметрии Слуцкого») и выражено следующим образом.

Остаточная изменчивость  $j$ -того блага в случае компенсированного изменения цены  $p_i$  равна остаточной изменчивости  $i$ -того блага в случае компенсированного изменения цены  $p_j$  [41, p. 15].

С точки зрения Слуцкого, условие симметрии является количественным измеримым отношением: «Уравнение (55) относится к вышеупомянутой категории количественно определяемых отношений между наблюдаемыми количествами. Весьма желательно иметь эмпирическое подтверждение, так как это продемонстрировало бы соответствие истине или по крайней мере вероятность гипотезы, согласно которой приращения полезности не зависят от характера изменения

$$\left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_j \partial x_i} \right] »$$

[41, p. 15].

Кроме того, Слуцкий приходит к заключению, что определение вторых производных функции полезности на основе эмпирических данных — напрасный труд. Этот вывод имеет огромные и, на взгляд Слуцкого, неудобные последствия, влияющие на связи между психологией и экономикой: «Это заключение неудовлетворительно, поскольку, даже придавая огромное значение абсолютной логической независимости методов экономической науки от психологии, мы не смогли бы не

<sup>18</sup> Мак-Кензи [24] представил упрощенный вывод уравнения (2) с помощью двойственности.



учитывать очень сложную взаимозависимость между фактами, изучаемыми обеими науками» [41, р. 24].

Теперь мы подходим к конечному заключению Слуцкого относительно различия между дополняющими и конкурирующими товарами. Слуцкий оспаривает «традиционное» определение заменителей и дополняющих товаров в соответствии со знаком второй перекрестной частной производной функции полезности<sup>19</sup>: «Все это здание рухнет, если остаться лояльным по отношению к формальному определению полезности, поскольку невозможно вывести из фактов поведения характер (т. е. знак) вторых производных полезности» [41, р. 25].

Короче говоря, Слуцкий хочет обобщить принцип ординалистской полезности и вывести отсюда самые общие эмпирические ограничения динамики индивидуального спроса. Но при этом он по-прежнему остается верен идее, согласно которой вторые перекрестные производные функции полезности должны обладать интуитивными свойствами. Теперь мы готовы комментировать отношение ученых, обнаруживших статью Слуцкого, к ее содержанию. Следует отметить, что все участники этой истории сосредоточатся на данном аспекте статьи Слуцкого.

#### Операционалистский подход Шульца—Фридмена

Начнем с Шульца и Фридмена. В начале 30-х гг. Шульц занимается вместе с Хотеллингом исследованием теоретических ограничений статистических функций спроса, основанных на анализе полезности, преследуя при этом цель усовершенствовать анализ рыночных взаимозависимостей. Хотеллинг [18] вывел условия симметрии динамики спроса посредством максимизации предпринимательских функций полезности. Шульц [38] установил аналогичные ограничения функций спроса посредством условий максимизации полезности исходя из предположения постоянной предельной полезности денег. Это условие (3) эквивалентно условиям симметрии Слуцкого без учета влияния дохода<sup>20</sup>:

<sup>19</sup> Это определение было впервые предложено Ауспицем и Либеном в их работе «*Untersuchungen über die Theorie des Preises*» (1889) и было позднее принято Фишером [11, р. 65]. Эджуорт [8, 117n] также, кажется, придерживался мнения Ауспица и Либена, хотя и не высказывал этого явно (см. также [9, р. 464–465]). Парето [27, р. 263–265; App., 11–15, р. 503–509] ввел определение взаимодополняемости Ауспица—Либена, не отдавая должного этим ученым, а создавая вместо этого впечатление, что он позаимствовал идею у Эджуорта [27, р. 595]. Что касается Слуцкого, то поскольку он пространно ссылаясь на «Manuel» Парето, то резонно предположить, что он взял определение Ауспица—Либена из «Manuel», а не из работы Ауспица и Либена.

<sup>20</sup> «Условия интегрируемости» Хотеллинга также можно вывести исходя из некоторого предположения о предпочтениях. Чипман и Мур [6, р. 107] показали, что при максимизации полезности уравнение (3) следует из гомотетичности предпочтений (см. также [34, 81n]). Недавно Гурвич [19, р. 407–409] показал также, что уравнение (3) влечет за собой гомотетичность.

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_j} = \frac{\partial x_j}{\partial p_i}. \quad (3)$$

Однако испытания этих условий применительно к сельскохозяйственной продукции, проведенные Шульцем [38], дали неутешительные результаты. Требовалось нечто другое. Статья Слуцкого подоспела как раз вовремя, как решение этих трудностей.

Более того, было необходимо осуществить новую интерпретацию и дать новое определение взаимодополняемости и заменяемости в потреблении. В этом плане уравнение Слуцкого должно было дать решение. Шульц хорошо понимал, что уравнение (3) опиралось на шаткий фундамент, а в этом случае уравнение Слуцкого должно было играть центральную роль в представлении общих условий индивидуального спроса и новых определений взаимодополняемости: «Исходя из условий Слуцкого, можно определить два товара как дополняющие или конкурирующие, в соответствии с тем, вызовет ли *прямой* эффект [остаточная изменчивость] роста цены на один товар уменьшение или увеличение спроса на другой» [39, р. 481].

Иными словами, два товара будут дополняющими, независимыми или конкурирующими в зависимости от того, является ли величина  $k_{ij}$  отрицательной, нулевой или положительной. Это определение не только свободно от любой измеримой полезности, его «можно получить, наблюдая поведение на рынке отдельных лиц» [39, р. 459].

Здесь мы можем обнаружить влияние Доминедо [7, р. 804–805], который первым предложил это определение на базе уравнения Слуцкого. Зная, что в то время Фридмен<sup>21</sup> пытался дать новое определение заменяющих и дополняющих товаров, можно предположить, что Шульц не смог понять всего значения статьи Слуцкого независимо от Доминедо.<sup>22</sup>

Как бы то ни было, Шульц [39] и Фридмен развили анализ статистического спроса, в значительной степени больше опираясь на статью Слуцкого, чем на работы Хикса и Аллена. Особенно это касается заменителей и дополняющих товаров; Шульц [39, р. 447] подчеркивает, что Хикс и Аллен [17] не дают четкого определения для числа более трех.<sup>23</sup> Иными словами, Шульц и Фридмен считали, что Слуцкий [41] пошел дальше Хикса и Аллена. В письме от 6 марта 1935 г. Фридмен писал Хотеллингу: «[Слуцкий] ясно признает трудность, которую представляет неизмеримость полезности, и приводит доказательство невозможно-

<sup>21</sup> Неопубликованная статья Фридмена — «The fitting of indifference curves as a method of deriving statistical demand curves» — была написана в январе 1934 г., и Шульц много цитировал ее [40, р. 614–619].

<sup>22</sup> Хотя Шульц [39] не упоминает Доминедо [7].

<sup>23</sup> Более того, он находит статистическое доказательство в пользу определения Слуцкого и против определения Хикса и Аллена [39, 479n].

сти получения вторых производных функции полезности из эмпирических данных. В данной статье содержится практически все, что есть в недавно опубликованной статье Хикса—Аллена, и еще многое другое».<sup>24</sup>

Два месяца спустя Шульц также писал Хотеллингу: «Статья замечательна тем, что дополняет и представляет результаты Хикса—Аллена в более простой и понятной форме» (ННС, коробка 1, 5/6/35).

Шульц и Фридмен подчеркивают важность нового определения взаимодополняемости на базе уравнения Слуцкого. Больше не нужно прибегать к интроспективному сравнению. Согласно новому определению, проведение наблюдений — это все, что требуется: «Если я хочу узнать, рассматривает ли индивид два товара как дополняющие, независимые или конкурирующие, то нужно отметить его доход и наблюдать, заставит ли его падение цены на один товар, сопровождающееся компенсирующим изменением его дохода, увеличить, оставить на прежнем уровне или уменьшить его покупки другого товара. [Это...] можно получить путем наблюдения над поведением индивида на рынке» [39, р. 462–463].

По мнению Шульца [39, 479n], компенсирующие колебания по Слуцкому даже выше эластичностей взаимодополняемости по Хиксу и Аллену. Это одобрительное отношение к вкладу Слуцкого, как с методологической, так и теоретической точки зрения, контрастирует с критикой методологии статьи Слуцкого со стороны Аллена.

### Методологическая критика Аллена

Примечательно, что большинство замечаний Аллена по поводу работы Слуцкого касаются теории замещающих и дополняющих товаров. Аллен [2, р. 120] сосредоточился в основном на этой теме: «Теперь стало очевидным, что многие из наших результатов сначала были представлены Слуцким в его статье, и хотя он не интерпретировал свои результаты в терминах взаимодополняющих и конкурентных отношений между товарами, его собственное пользование ими в основном очень сходно с нашим».

Как известно, Хикс и Аллен [17] осуществили разложение, аналогичное тому, что было сделано Слуцким, но в терминах эластичности. Между обоими определениями нет существенного различия, за исключением того, что Слуцкий непосредственно представил компенсационный доход в денежном выражении, а Хикс и Аллен не сделали этого.<sup>25</sup> Кроме того, Хикс и Аллен пользовались понятием эластичности взаимодополняемости, а Шульц применил понятие эластичности спроса по отношению к компенсированному изменению цены. Но, согласно Алле-

<sup>24</sup> Корреспонденция Г. Хотеллинга цит. по: [12]. (Далее: ННС, коробка 1).

<sup>25</sup> Сравнение между определениями Хикса и Аллена и Слуцкого—Фридмена—Шульца можно найти в работах Шульца [39, р. 447]. См. также [2].

ну [2], неявное определение взаимодополняемости, данное Слуцким, остается неполным. Аллен [2] полно и подробно представил статью Слуцкого, а также привлек внимание к гипотезе Слуцкого о существовании индекса полезности.

Иными словами, Аллен критикует уравнение Слуцкого на том основании, что оно опирается на шаткий фундамент полезности. Центральным пунктом критики Аллена [2, р. 127] является отсутствие в статье Слуцкого объяснения неинтегрируемого случая, хотя полученные им результаты полностью независимы от любой измеримой полезности: «В любом случае Слуцкий и мы с Хиксом исходим из разных отправных точек. Наша теория построена так, чтобы быть независимой от существования индекса полезности, и только в конкретном, так называемом „случае интегрируемости“ был использован такой индекс. Может быть, этот случай интегрируемости самый интересный и полезный, но он остается специальным случаем в более общей теории. Слуцкий, со своей стороны, с самого начала принимает специальный случай интегрируемости, напрасно ограничивая, таким образом, свои результаты. Слуцкий, разумеется, сам прекрасно это понимал».

И, как следствие, Аллен утверждает, что хотя «результаты анализа Слуцкого... не вызывают возражений... метод их достижения предоставляет такую возможность». Таким образом, Аллен предполагает, что метод Хикса и Аллена [17] предпочтительней, поскольку основан на единственной гипотезе убывающей предельной нормы замещения и не предполагает существования функции полезности: «С чисто методологической точки зрения такой подход предпочтительней метода Слуцкого» [2, р. 127].<sup>26</sup>

Теперь мы подходим к основному пункту аргументации Аллена. Хотя Аллен разделяет цель Слуцкого представить статистическое доказательство условий симметрии, он выводит теоретические результаты на указанной выше методологической основе. Это важно для разработки теории замещения и взаимодополняемости. «Преимущество нашего подхода к решению проблемы не ограничивается только сферой методологии. Сам факт отказа от концепции предельной полезности в пользу концепции предельной нормы замещения обеспечивает возможность введения идей эластичностей замещения и взаимодополняемости» [2, р. 127–128].

Отсюда Аллен делает вывод, что эластичность замещения и взаимодополняемости является более обобщенным инструментом, чем оста-

<sup>26</sup> Следует отметить, что методологическое возражение Аллена в отношении формулы (2) не было принято сразу. Мак-Кензи [24] считал, что она не зависит от существования функции полезности (т. е. от интегрируемости). Гурвич и Ужава [20] показали, что симметрия Слуцкого и отрицательная полуопределимость подразумевали в конечном счете интегрируемость (если допустить наличие условия Липшица). См. также [22].

точные изменчивости, предлагаемые Слуцким. Иными словами, определение взаимодополняемости, данное Хиксом и Алленом [17], считается «более рекомендуемым по сравнению с предложенным Слуцким жестким подходом в духе Парето, где проблема решается с помощью функции полезности и предельных полезностей» [2, р. 128]. Эластичность замещения в работе Хикса и Аллена [17] пропорциональна остаточной изменчивости  $k_{ij}$  по Слуцкому, а эластичность взаимодополняемости  $i$ -того блага  $j$ -тым благом пропорциональна остаточной изменчивости  $k_{ji}$  в работе Слуцкого. Основываясь на этом выводе и на своих методологических замечаниях, Аллен подчеркивает, что в статье Слуцкого «интерпретация формул с точки зрения взаимодополняемости и конкуренции остается неясной» [2, р. 129] и что «закон обратимости у Слуцкого справедлив только для этого конкретного случая [интегрируемости] и подтверждает симметрию соотношения взаимодополняемости или конкуренции между благами» [2, р. 129].<sup>27</sup> Прямо скажем, отношение Аллена к Слуцкому [41] не слишком благожелательно. Судя по тому, что Аллен подчеркивает неинтегрируемый случай, кажется, что он принимает формальную интерпретацию теории ординалистской полезности.<sup>28</sup>

Напротив, отношение Хикса к данному вопросу более избирательно по сравнению с позицией Аллена. Действительно, Хикс [13] принимает оба вида представления уравнения Слуцкого — как дифференциальное уравнение и как уравнение эластичности, и в итоге обращается к уравнению Шульца, работая над книгой «Value and capital». В этой работе Хикс рассматривает случай для более чем трех благ. С этой целью он вводит понятие третьего составного блага, составленного из всех остальных благ, за исключением рассматриваемой пары. Чтобы не отклоняться от определения, сформулированного в 1934 г., Хикс делает допущение, что относительные цены благ в составном благое фиксированы [14, р. 33]. Понемногу Хикс [14, р. 44, 46] начинает проявлять тенденцию к отождествлению этого составного блага с деньгами (счетной единицей). В Приложении [14, р. 311] он не упоминает оригинальную гипотезу, на основе которой была выстроена данная концепция, и принимает определение, идентичное определению Шульца [39].<sup>29</sup> Исходя из этого, вполне можно прийти к выводу, что

<sup>27</sup> См. также [17, р. 72, 202].

<sup>28</sup> Подтверждение этого можно также найти в работе Аллена [1, р. 207, 217]. Дальнейшее развитие теории полезности покажет несостоятельность позиции Аллена и неприменимость на практике неинтегрируемого случая.

<sup>29</sup> Я. Мозак [25] первым заметил, что определение взаимозаменяемости, данное Хиксом в тексте, отличалось от соответствующего определения в Приложении. С ним согласился Самуельсон [36, р. 183–189], но позже пришел к выводу, что эти определения не так уже отличались друг от друга [36, р. 1286]. Мозак [25], ставший после М. Фридмана ассистентом в исследовательской работе Шульца в 1935 г. [40, р. XI], также ссылается на перевод статьи Слуцкого, сделанный Шульцем.

в период с 1934 по 1938 г. Хикс все больше подпадал под влияние методологической аргументации Шульца. Предисловие к первому изданию работы «Value and capital» заканчивается мыслью, что «место экономической теории — состоять на службе прикладной экономики» [14, р. VI]. В предисловии к французскому изданию Хикс добавляет, что «первая часть книги, посвященная теории спроса, была написана под влиянием работ старых эконометриков, в частности статей Генри Шульца» [15, р. VII].

На основании того, что Аллен не был упомянут Шульцем [39, 40] как независимый открыватель Слуцкого [41] вместе с Хиксом, можно сделать предположение, что он не очень интересовался его работой. Это еще одна ирония судьбы, если учесть, что Аллен [2] рассматривается как первый, кто отдал дань уважения Слуцкому.

### Заключение

Насколько нам удалось установить, статья Слуцкого была заново открыта Доминедо, Шульцем, Хиксом и Алленом независимо друг от друга. Его работа была высоко оценена за то, что представила самые общие ограничения динамики спроса. Однако внимательное изучение аргументации также показывает, что Слуцкий [41] неодинаково оценивался участниками открытия его статьи, и это вскоре стало объектом методологического спора.

Говоря точнее, не вызывает сомнения факт, что Аллен и Шульц неодинаково интерпретировали работу Слуцкого. В то время как Шульц рассматривал работу Слуцкого [41] как наиболее приспособленную для количественной оценки, Аллен рассматривал ее как частный случай общей теории, основанной на убывающей предельной норме замещения. Что касается Хикса, то он в итоге принял трактовку взаимодополняемости, представленную Шульцем.

### Литература

1. *Allen R. G. D.* The foundations of a mathematical theory of exchange // *Economica*. 1932. Vol. 12, May. P. 197–226.
2. *Allen R. G. D.* Professor Slutsky's theory of consumer's choice // *Rev. Econ. Stud.* 1936. Vol. 3, Febr. P. 120–129.
3. *Allen R. G. D.* The work of Eugen Slutsky // *Econometrica*. 1950. Vol. 18, N 3. Jul. P. 209–216.
4. *Chipman J. S.* Introduction to Part II // *Preferences, utility and demand* / Eds. by J. S. Chipman, L. Hurwicz, M. K. Richter, H. F. Sonnenschein. New York, 1971. P. 321–331.
5. *Chipman J. S.* The Paretian Heritage // *Cahiers Vilfredo Pareto et Européenne des Sciences Sociales*. 1976. Vol. 14, N 37. P. 65–173.
6. *Chipman J. S., Moore J. C.* The scope of consumer's surplus arguments // *Evolution, welfare, and time in economics* / Eds. by A. M. Tang, F. M. Westfield, J. S. Worley. Lexington (Mass.), 1976. P. 69–123.

7. *Dominedó V.* Considerazioni interno all teoria della domanda // *G. Econ.* 1933. Vol. 73. P. 30-48, 765-807.
8. *Edgeworth F. Y.* The pure theory of monopoly // *Papers relating to political economy.* London, 1925 [1897]. Vol. 1.
9. *Edgeworth F. Y.* On some theories due to Pareto, Zawadski, W. E. Johnson, and others // *Ibid.* London, 1925 [1915]. Vol. 2. P. 450-491.
10. *Edgeworth F. Y.* Papers relating to political economy : 3 vols. London, 1925.
11. *Fisher I.* Mathematical investigations in the theory of value and prices // *Connect. Acad. Arts and Sci. Trans.* New Haven, 1991 [1892].
12. *Hands D. W., Mirowski P.* Harold Hotelling and the neoclassical dream // *Economics and methodology : crossing boundaries / Eds. by R. E. Backhouse, D. M. Hausman, U. Maki, A. Salanti.* Proc. IEA Conf. held in Bergamo (Italy). London; Basingstoke, 1998. P. 322-397.
13. *Hicks J.* Théorie mathématique de la valeur en régime de concurrence. Paris, 1937.
14. *Hicks J. R.* Value and capital. 2nd edn. Oxford, 1946 [1939].
15. *Hicks J. R.* Préface à l'édition française de 'Valeur et capital'. Paris, 1955. VII-VIII.
16. *Hicks J. R.* Collected essays on economic theory. Vol. 1. Wealth and welfare. Oxford, 1981.
17. *Hicks J. R., Allen R. G. D.* A reconsideration of the theory of value. Pt. I, II // *Economica.* N. S. I. 1934. Vol. 52-76. P. 196-219.
18. *Hotelling H.* Edgeworth's taxation paradox and the nature of demand and supply functions // *J. Pol. Econ.* 1932. Vol. 40. P. 577-616.
19. *Hurwicz L.* Comment on Hands Mirowski (1998) // *Economics and methodology : Crossing boundaries / Eds. by R. E. Backhouse, D. M. Hausman, U. Maki, A. Salanti.* Proc. IEA Conf. held in Bergamo (Italy). London; Basingstoke, 1998. P. 398-416.
20. *Hurwicz L., Uzawa H.* On the integrability of demand functions // *Preferences, utility and demand / Eds. by J. S. Chipman, L. Hurwicz, M. K. Richter, H. F. Sonnenschein.* New York, 1971. P. 114-148.
21. *Johnson W. E.* The pure theory of utility curves // *Econ. J.* 1913. Vol. 23, Dec. P. 483-513.
22. *Kihlstrom R., Mas-Colell A., Sonnenschein H.* The demand theory of the weak axiom of revealed preferences // *Economica.* 1976. Vol. 44(5). P. 971-978.
23. *Legris A.* La théorie économique italienne de l'entre-deux-guerres // *Rev. Econ.* 1995. Vol. 46(1). P. 91-113.
24. *McKenzie L. W.* Demand theory without a utility index // *Rev. Econ. Stud.* 1957. Vol. 24, Jun. P. 185-189.
25. *Mosak J.* On the interpretation of the fundamental equation of value theory // *Studies in mathematical economics and econometrics : In memory of Henry Schultz / Eds. by O. Lange, F. McIntyre, T. O. Yntema.* Chicago, 1942. P. 69-74.
26. *Pareto V.* Considerazioni sui principii fondamentali dell'economia politica pura // *G. Econ.* 1892. N 4, May. P. 389-420; N 4, Jun. P. 485-512; N 5, Aug. P. 119-157; 1893. N 6, Jan. P. 1-37; N 7, Oct. P. 279-321. (Pareto V. *Ecrits d'économie politique pure // Euvres Complètes.* Genève, 1982. Vol. 26).
27. *Pareto V.* Manuale di economia politica. Milan, 1906.
28. *Ricci U.* Curve crescenti di ofelimità elementare e di domanda // *G. Econ.* 1904. Vol. 29, N 2, Aug. P. 112-138.
29. *Ricci U.* Confronti fra medie // *G. Econ.* 1915. N 51, Jul. P. 38-66.
30. *Ricci U.* Elasticità dei bisogni, della e dell'offerta // *G. Econ. Riv. Statist.* 1924. Vol. 3, Aug., Oct. P. 413-431, 509-531.
31. *Ricci U.* Può una curva di domanda esser crescente? // *G. Econ. Riv. Statist.* 1932a. Vol. 72, N 4, Apr. P. 197-240.

32. Ricci U. The psychological foundations of the law of demand // J. Pol. Econ. 1932b. P. 145-185.
33. Ricci U. On the demand for rival (or substitute) commodities // Econometrica. 1933. Vol. 1. P. 181-189.
34. Samuelson P. A. Constancy of the marginal utility of income // Studies in mathematical economics and econometrics : In memory of Henry Schultz / Eds. by O. Lange, F. McInture, T. O. Yntema. Chicago, 1942. P. 75-91.
35. Samuelson P. A. Foundations of economic analysis. Cambridge (Mass.), 1947.
36. Samuelson P. A. Complementarity : An essay on the 40th anniversary of the Hicks—Allen revolution in demand theory // J. Econ. Liter. 1974. P. 1255-1289.
37. Schultz H. The statistical laws of demand and supply, with special application to sugar. Chicago, 1928.
38. Schultz H. The Italian school of mathematical economics // J. Pol. Econ. 1931. P. 76-77.
39. Schultz H. Interrelations of demand, price, and income // Idem. 1935. Vol. 43. P. 433-481.
40. Schultz H. The theory and measurement of demand. Chicago, 1938.
41. Slutsky E. Sulla teoria del bilancio del consumatore // G. Econ. Riv. Statist. 1915. Vol. 51, Jul. P. 1-26. — Engl. transl.: On the theory of the budget of the consumer // Readings in price theory / Eds. by G. J. Stigler, K. E. Boulding. Homewood (Ill.), 1952. P. 27-56.

*Дж. С. Чипман (J. S. Chipman)*  
University of Minnesota

*Ж.-С. Ленфан (J.-S. Lenfant)*  
G.R.E.S.E., Universite de Paris 1

### Вклад Евгения Слуцкого в анализ экономических циклов

В 1927 г. в издаваемом Конъюнктурным институтом журнале «Вопросы конъюнктуры» была напечатана статья Е. Е. Слуцкого «Сложение случайных причин как источник циклических процессов». В ней обсуждались результаты вычислительного эксперимента, проведенного Е. Е. Слуцким с сотрудниками.

Содержание эксперимента сводилось к следующему. Бралась последовательность взаимно независимых одинаково распределенных случайных чисел. В качестве таковых использовались последние цифры номеров облигаций, выигравших в нескольких тиражах выигрышного займа. Эта последовательность рассматривалась как модель некоторого исходного временного ряда, который затем подвергался сглаживанию посредством скользящего усреднения. Сглаженный ряд снова подвергался такой же обработке и т. д. В результате трех-четырёх последовательных сглаживаний получались ряды, представляющие собой гладкие и почти строго периодические волны.

В статье Е. Е. Слуцкого приводится анализ этого эффекта, выполненный методами теории случайных процессов, в то время еще только зарождающейся. Он выдвинул гипотезу о том, что многие колебательные процессы, в частности экономические, механизм формирования которых сегодня неясен, могут представлять