Ответы на задачи и вопросы, помещенные в предыдущем выпуске

К лекции 21

1. а) Успешность охоты в течение дня убывает. Робинзон должен выходить на охоту в 5 ч утра. Заниматься земледелием он может после охоты, обрабатывая сначала участок *А* (там урожайность наивысшая), затем участок *Б* и т. д. — в пределах выделенного времени. Непосредственно по данным, приведенным в условии задачи, могут быть определены 6 точек границы производственных возможностей (их координаты — добыча мяса и сбор зерна — приведены в таблице).

Точка	Охота			Земледелие		
	затраты времени, ч/сут	период	добыча, кг/год	затраты времени, ч/сут	участки	сбор, кг/год
A_1	—	—	—	15	*А–Д*	69
A_2	3	5–8	36	12	*А–Г*	63
A_3	6	5–11	60	9	*А–В*	54
A_4	9	5–14	78	6	*А, Б*	42
A_5	12	5–17	90	3	*А*	24
A_6	15	5–20	96			

Считая, что успешность охоты в пределах трехчасовых интервалов постоянна, а на различных частях каждого участка урожайность одна и та же, соседние точки границы множества производственных возможностей можно соединить отрезками прямых, как это сделано на рис. 1.

б) Продукты являются для Робинзона совершенными дополнителями, потребляемыми в пропорции 3 : 1. Две кривые безразличия (U_1 и U_2) показаны на рис. 1. Если x — потребление мяса, y — зерна, то выбор Робинзона должен удовлетворять соотношению $y = x/3$. Пересечение границы множества производственных возможностей с лучом $y = x/3$ можно найти графически и получить приближенные значения $x \approx 87$, $y \approx 29$.

Точные значения можно найти аналитически. В точках $A_1 - A_4$ имеет место неравенство $x < 3y$, а в точках A_5, A_6 — неравенство $x > 3y$. Таким образом, искомая точка (E) лежит на отрезке A_4A_5. В точке A_4 $y - x/3 = 16$, а в точке A_5 эта разность равна −6. Следовательно, точка E делит отрезок A_4A_5 в отношении 16 : 6. Отсюда $x = 86^8/_{11}$, $y = 28^{10}/_{11}$. Робинзон тратит на охоту $9 + 3^8/_{11} = 11^2/_{11}$ ч, на земледелие — остальные $3^9/_{11}$ ч/сут.

2. По условиям обмена бюджетная линия Робинзона описывается уравнением

$$y = a - \frac{x}{5}.$$

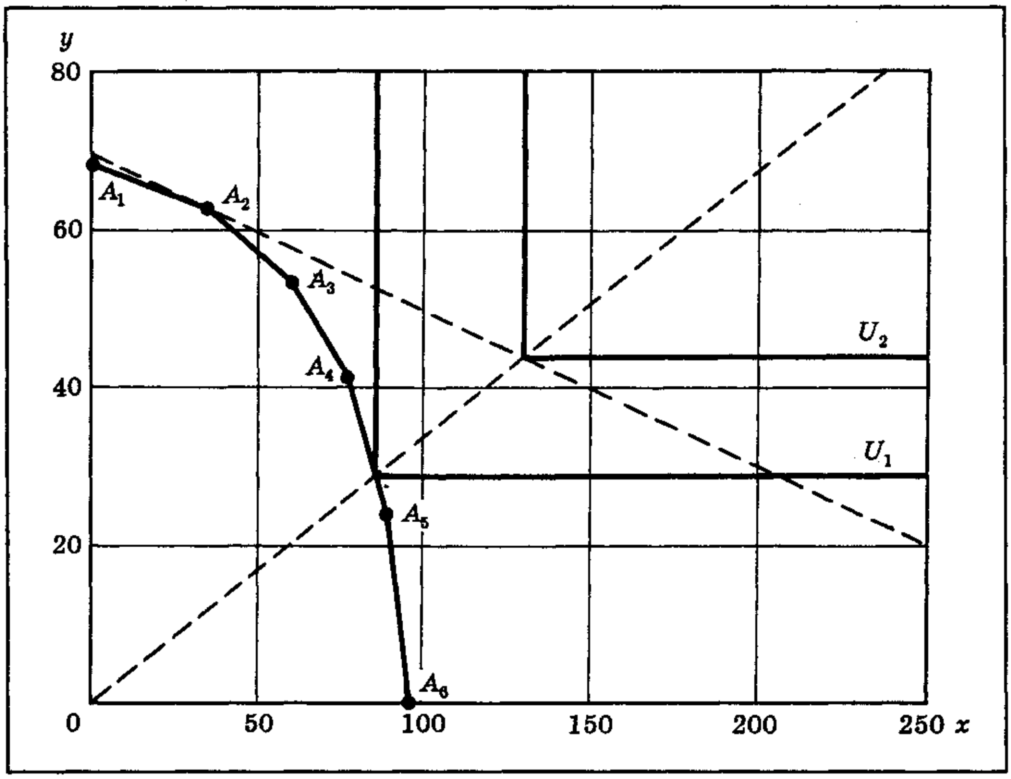

Рис. 1.

Робинзон может достичь максимума покупательских возможностей, если объемы производства продуктов соответствуют той точке границы производственных возможностей, где $MRT_{xy} = 1/5$. Но такой точки на границе нет. На отрезке A_1A_2 норма трансформации $6/36 < 0.2$, на отрезке A_2A_3 она равна $9/24 > 0.2$, на последующих отрезках — еще больше. В точке A_2 норма трансформации «перескакивает» через значение 0.2, так что точка A_2 с координатами $x = 36$, $y = 63$ (это объемы производства продуктов Робинзоном) лежит на бюджетной линии. Отсюда определяется свободный член уравнения бюджетной линии: $63 = a - 36/5$, откуда $a = 70.2$, и бюджетная линия описывается уравнением $y = 70.2 - 0.2x$. Решая это уравнение совместно с уравнением $y = x/3$ (см. решение задачи 1), находим объемы потребления: $x = 131.625$, $y = 43.875$.

Таким образом, в течение года Робинзон приобретает $131.625 - 36 = 95.625$ кг мяса в обмен на $63 - 43.875 = 19.125$ кг зерна.

К лекции 22

2. Поскольку для любой пары ресурсов $MRTS_{ij} = MP_i/MP_j$, для любой тройки ресурсов выполняется соотношение $MRTS_{ij} = MRTS_{ik} \cdot MRTS_{kj}$. Кроме того, $MRTS_{ji} = 1/MRTS_{ij}$. Отсюда находим

$$MRTS_{14} = MRTS_{12} \cdot MRTS_{24} =$$
$$= 0.5 \cdot 0.1 = 0.05.$$

Остальные значения: $MRTS_{21} = 2$, $MRTS_{23} = 10$, $MRTS_{31} = 0.2$, $MRTS_{32} = 0.1$, $MRTS_{34} = 0.01$, $MRTS_{41} = 20$, $MRTS_{42} = 10$, $MRTS_{43} = 100$.

К лекции 23

2а. При первом способе 150, при втором 100.

2б. При первом способе 150, при втором 120, при третьем 150.

3. При любых объемах продукта $STC(Q) \geq LTC(Q)$. Хотя обычно в микроэкономике рассматриваются случаи, когда при некотором объеме продукта $STC(Q) = LTC(Q)$ (кривые STC и LTC касаются друг друга), возможны случаи, когда кривая STC лежит строго выше кривой LTC. Такая ситуация может возникнуть, если в коротком периоде фиксированными являются объемы использования более чем одного ресурса (скажем, здания и оборудование). Если в силу некоторых обстоятельств количества постоянных ресурсов таковы, что ни при каком объеме производства их сочетание не является оптимальным, то при любом Q затраты в длительном периоде можно уменьшить, так что $STC(Q) > LTC(Q)$ при любом Q.

К лекции 25

1а. $MC(q) = 2 + 2q$. Функция предложения каждой фирмы находится как обратная: $q_S(P) = -1 + 0.5P$, $P > 2$. Функция рыночного предложения: $Q_S(P) = -200 + 100P$, $P > 2$.

1б. Равновесная цена $P_E = 6$.

1в. Объем предложения фирмы при равновесной цене $q_S(P_E) = 2$, выручка $TR = 6 \cdot 2 = 12$, затраты $STC = 16 + 2 \cdot 2 + 2^2 = 24$. Прибыль $\Pi = TR - STC = 12 - 24 = 12$, фирма в коротком периоде убыточна.

2. В условии не дана функция затрат длительного периода. Указание на то — рассматриваемая ситуация возникла вследствие внезапного изменения спроса на рынке, находившемся в состоянии равновесия длительного периода, — позволяет утверждать, что постоянные ресурсы каждой фирмы соответствуют ее эффективному размеру, т. е. $\min SAC = \min LAC$ (рис. 2). Но $SAC = 16/q + 2 + q$, наименьшее значение равно 10 и достигается при $q = 4$.

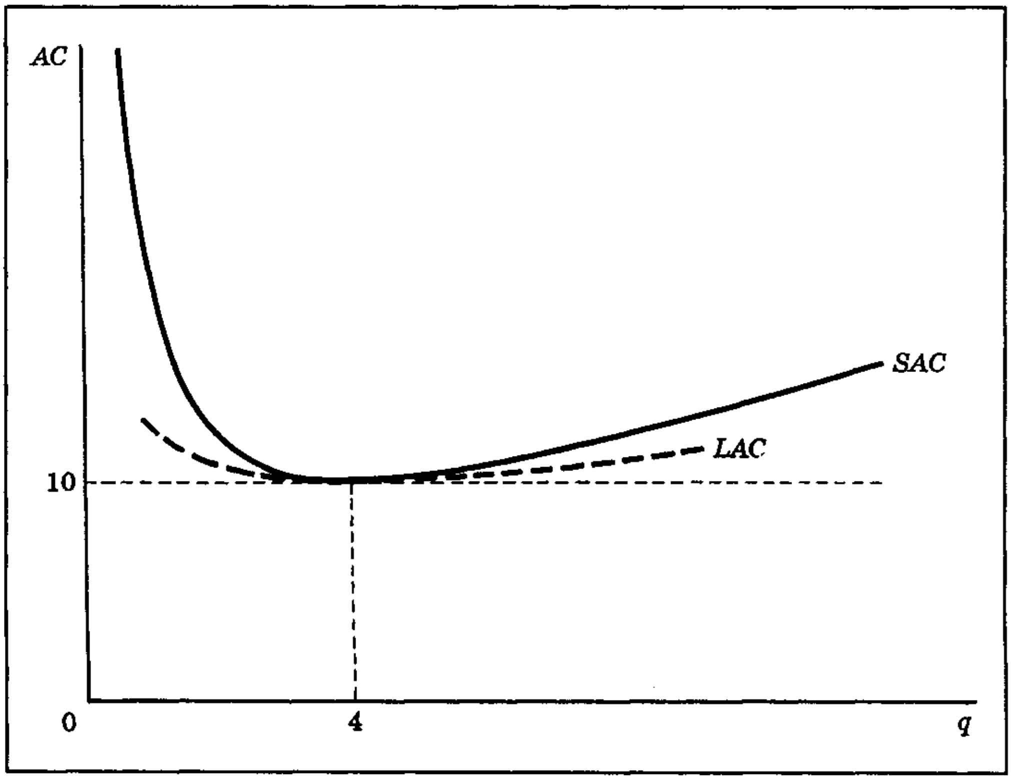

Рис. 2.

Таким образом, $\min LAC = 10$, равновесие в длительном периоде установится при цене 10; при этой цене рыночный объем спроса равен $2400/10 = 240$. Число фирм $240/4 = 60$.

3а. Здесь $MC = b$ — постоянная величина, и воспользоваться условием $MC = P$ не удастся. Прибыль описывается равенством

$$\Pi = PQ - (a + bQ) = -a + (P - b)Q.$$

При $P - b < 0$ прибыль с ростом Q убывает; она максимальна при $Q = 0$. При $P - b > 0$ прибыль с ростом Q растет и достигает максимума при $Q = Q^*$. Итак, функция предложения описывается равенством

$$Q_S(P) = \begin{cases} 0, & P < b, \\ Q^*, & P > b. \end{cases}$$

3б. При $P < b$ оптимальный выпуск равен нулю и максимальная прибыль равна $-a$, т.е. фирма убыточна. При $P > b$ прибыль максимальна при $Q = Q^*$ и равна $-a + (P - b)Q^*$. Эта величина положительна, если $P > b + a/Q^*$. Итак, фирма убыточна при $P < b + a/Q^*$ и прибыльна в противоположном случае.

К лекции 26

1а. $P = 40$, $Q = 10$.

1б. $P = 40$, $Q = 5$.

1в. $P = 50$, $Q = 10$.

1г. $P = 50$, $Q = 5$. Функциональная связь между ценой и предлагаемым объемом продукта отсутствует.

2. Это может быть, например, линейная функция $P_D = a - bQ$. В таком случае $MR(Q) = a - 2bQ$. По условию равновесия $a - 2bQ_0 = MC(Q_0)$, что в сочетании с условием $P_0 = a - bQ_0$, что позволяет определить коэффициент $b = [P_0 - MC(Q_0)]/Q_0$. Так как $P_0 > MC(Q_0)$, $b > 0$. Свободный член $a = P_0 + bQ_0$.

3. Пусть спрос описывается функцией $P_D = a - bQ$. Для многозаводской монополии $LMC = LAC = \text{const}$; обозначим эту величину c. Равновесный объем для монополии (Q_M) удовлетворяет уравнению $MR = a - bQ_M = c$. Так как c есть в то же время минимум средних затрат отдельного завода, в конкурентной отрасли установится равновесная цена, равная c. Равновесный объем для конкурентной отрасли (Q_C) удовлетворяет уравнению $P_D = a - bQ_C = c$. Сравнивая условия равновесия для разных структур, найдем, что $Q_C = 2Q_M$. Так как эффективный размер завода в обоих случаях один и тот же, число заводов в конкурентной отрасли вдвое больше, чем в монополии, т.е. в данном случае оно равно 200.

4а. Если заводы имеют одинаковые функции затрат, то объем выпуска фирмы (Q) окажется распределенным поровну между заводами, так что на каждый из них придется объем Q/n. Функция затрат фирмы равна

$$TC(Q) = n \cdot TC_i\left(\frac{Q}{n}\right) = 100n + 10Q + \frac{Q^2}{n}.$$

4б. Распределение объемов производства между заводами характеризуется равенством предельных затрат: $10 + 2Q_1 = 10 + 0.5 \cdot Q_2$, откуда $Q_2 = 4Q_1$. Так как $Q = Q_1 + Q_2$, находим $Q_1 = 0.2Q$, $Q_2 = 0.8Q$. Отсюда

$$TC(Q) = [100 + 10 \cdot 0.2Q + (0.2Q)^2] +$$
$$+[200 + 10 \cdot 0.8Q + 0.25(0.8Q)^2] =$$
$$= 300 + 10Q + 0.2Q^2.$$

4в. $MC_1(Q_1) = 10 + 2Q_1$; $MC_2(Q_2) = 5 + 0.5Q_2$. Заметим, что малый объем выпуска не может быть распределен между заводами так, чтобы выполнялось равенство $MC_1 = MC_2$: так как $MC_1 \geq 10$, а MC_2 может принимать меньшие значения, малые объемы ($Q \leq 10$) должны выпускаться только 2-м заводом. При бóльших значениях Q равенство предельных затрат дает уравнение

$$10 + 2Q_1 = 5 + 0.5 \cdot Q_2,$$

что совместно с равенством $Q_1 + Q_2 = Q$ дает распределение объема $Q_1 = 0.2Q - 2$; $Q_2 = 0.8Q + 2$. Итак,

$$Q_1 = \begin{cases} 0, & Q \leq 10, \\ 0.2Q - 2, & Q > 10; \end{cases}$$

$$Q_2 = \begin{cases} Q, & Q \leq 10, \\ 0.8Q + 2, & Q > 10. \end{cases}$$

Опуская промежуточные выкладки, приведем окончательный результат:

$$TC(Q) = \begin{cases} 300 + 5Q + 0.25Q^2, & Q \le 10, \\ 295 + 6Q + 0.2Q^2, & Q > 10. \end{cases}$$

К лекции 27

1. Сегменты различаются только масштабами: при любой цене $Q_1^D(P) = 5Q_2^D(P)$; следовательно, при любой цене совпадают и эластичности спроса. Так как предельная выручка и цена связаны соотношением $MR = P(1 - 1/\eta)$, где η — эластичность спроса, то отсюда следует, что при совпадающих значениях предельной выручки на сегментах будут совпадать также цены спроса. Фирма не может осуществить эффективную ценовую дискриминацию.

2. На первом сегменте $MR_1 \le P_1^D \le 100$, но $MC \ge 100$. Ни при продажах по единой цене, ни при попытке осуществить ценовую дискриминацию на первом сегменте покупки совершаться не будут.

3. Распределение выпуска между заводами должно удовлетворять условию

$$MC_1(q_1) = MC_2(q_2) = \ldots = MC_m(q_m) = MC(Q),$$

где Q — объем выпуска фирмы. С другой стороны, распределение объема продаж между сегментами рынка подчинено условию

$$MR_1(Q_1) = MR_2(Q_2) = \ldots = MR_m(Q_m) = MC(Q),$$

чем и исчерпывается доказательство.

4. Прямые функции спроса на сегментах:

$$Q_D^1(P) = 60 - 0.2P, \quad P \le 300;$$

$$Q_D^2(P) = 5 - 0.025P, \quad P \le 200.$$

При продаже продукта по единой цене функция спроса для всего рынка определяется как сумма функций спроса на сегментах:

$$Q_D(P) = \begin{cases} 65 - 0.225P, & P \le 200, \\ 60 - 0.2P, & 200 < P \le 300. \end{cases}$$

Кривая спроса имеет излом при $P = 200$, $Q = 20$. Обратная функция спроса:

$$P_D(Q) = \begin{cases} 300 - 5Q, & Q \le 20, \\ 288.9 - 4.44Q, & Q > 20. \end{cases}$$

Общая выручка:

$$TR(Q) = Q \cdot P_D(Q) = \begin{cases} 300Q - 5Q^2, & Q \le 20, \\ 288.9Q - 4.44Q^2, & Q > 20. \end{cases}$$

Предельная выручка:

$$MR(Q) = \begin{cases} 300 - 10Q, & Q \le 20, \\ 288.9 - 8.89Q, & Q > 20. \end{cases}$$

Для расчетов, связанных с ценовой дискриминацией, нам понадобятся функции предельной выручки для каждого из сегментов:

$$MR_1(Q) = 300 - 10Q;$$

$$MR_2(Q) = 200 - 80Q.$$

Чтобы выполнить «горизонтальное суммирование» соответствующих кривых, найдем обратные функции:

$$Q_1(MR) = 30 - 0.1MR, \quad MR \le 300;$$

$$Q_2(MR) = 2.5 - 0.0125MR, \quad MR \le 200,$$

и их сумму:

$$Q(MR) = Q_1(MR) + Q_2(MR) = \begin{cases} 30 - 0.1MR, & MR \le 200, \\ 32.5 - 0.1125MR, & MR > 200. \end{cases}$$

Обратная функция представляет собой предельную выручку дискриминирующей фирмы:

$$MR(Q) = \begin{cases} 300 - 10Q, & Q \le 10, \\ 288.9 - 8.89Q, & Q > 10. \end{cases}$$

Для нахождения общей выручки требуется проинтегрировать предельную выручку; интегрирование придется выполнить раздельно по участкам:

$$TR(Q) = \int_0^Q (300 - 10x)dx = 300Q - 5Q^2, \; Q \le 10.$$

Отметим, что $TR(10) = 2500$, и перейдем к интегрированию для второго участка:

$$TR(Q) = TR(10) + \int_{10}^{Q} (288.9 - 8.89x)dx =$$

$$= 2500 + 288.9(Q - 10) - 8.89(Q^2 - 10^2) =$$

$$= 55.5 + 288.9Q - 8.89Q^2, \quad Q > 10.$$

К лекции 28

1. -0.2.

2. Точка равновесия длительного периода — точка касания кривых LAC и спроса; в этой точке одновременно выполняются равенства:

$$LAC(Q) = P^D(Q)$$

и

$$\frac{dLAC(Q)}{dQ} = \frac{dP^D(Q)}{dQ}.$$

Следовательно, в этой точке совпадают эластичности средних затрат и цены спроса по объему; последняя равна -0.2 (см. решение предыдущей задачи). Таким образом,

$$E_Q[LAC] =$$

$$= \frac{Q}{10/Q + 20 + 2Q} \cdot \left(-\frac{10}{Q^2} + 2\right) = -0.2,$$

откуда $Q \approx 1.17$. В точке равновесия цена и средние затраты совпадают; подставляя найденное значение Q в выражение для LAC, найдем, что $P \approx 30.9$.

3. Используя решение предыдущей задачи, найдем, что объем отраслевого спроса в условиях монополистической конкуренции равен $1000 \cdot 1.17 = 1170$. В условиях совершенной конкуренции равновесная цена равна $\min LAC = 28.9$; соответствующий выпуск фирмы равен 2.24. Зная эластичность отраслевого спроса, найдем, что в условиях совершенной конкуренции объем спроса при равновесной цене равен $1179(28.9/30.9)^{-0.5} = 1212$. Этот объем производят $1212/2.24 = 542$ фирмы.

К лекции 30

1. До объединения индекс Херфиндаля—Хиршмана равен $20^2 + 10^2 + k_3^2 + k_4^2 + \ldots$, где k_3, k_4, ... — рыночные доли остальных фирм; после объединения он примет значение $(20+10)^2 + k_3^2 + k_4^2 + \ldots$, т. е. увеличится на $900 - 500 = 400$ пунктов и будет равен 2100.

2. На остальные фирмы приходится 5% рыночного объема. Индекс Херфиндаля—Хиршмана лежит в границах от $50^2 + 30^2 + 15^2 = 3625$ (в пределе, если фирм очень много и каждая из долей k_3, k_4, ... ничтожно мала) до $50^2 + 30^2 + 15^2 + 5^2 = 3650$ (если одна из долей близка к 5%, а остальные ничтожно малы).

3а. 1.

3б. 2.25.