Лекция 22

Теория производства

У БАРБОСА ЕСТЬ ВОПРОСЫ. **Какие законы производства мы знаем?**

РАЗДЕЛ 1. **Производственная функция**

РАЗДЕЛ 2. **Характеристики производства**

РАЗДЕЛ 3. **Технический прогресс и производственная функция**

РАЗДЕЛ 4. **Штрихи к портрету производственной функции**

БАРБОС. Какие-то законы, конечно, существуют, но какие? Вот в чем вопрос. В конце концов мое дело как раз и состоит в том, чтобы задавать вопросы, не так ли, любезный читатель? На ум приходит разве что: приказ хозяина — закон для собаки. Еще помню, в детстве приходилось слышать, как Антон зубрил физические законы, а бабушка его проверяла. Они говорили, помоему, о теле и жидкости и о том, сколько бы раз тело ни погружали в жидкость, все равно результат один и тот же.

АНТОН. Обычно экономисты называют два главных, или важнейших, закона производства. Это закон убывающей производительности, о котором подробнейшим образом рассказано в 3-й лекции, и закон изменяющейся отдачи от масштаба.

ИГОРЬ. Поговорим сначала о законе убывающей

КАКИЕ ЗАКОНЫ ПРОИЗВОДСТВА МЫ ЗНАЕМ?

производительности. Его часто называют еще законом непостоянных пропорций, потому что этот закон объясняет падение производительности переменного фактора (например, удобрений) при помощи изменений в соотношении объемов переменного и постоянного (например, земли) факторов.

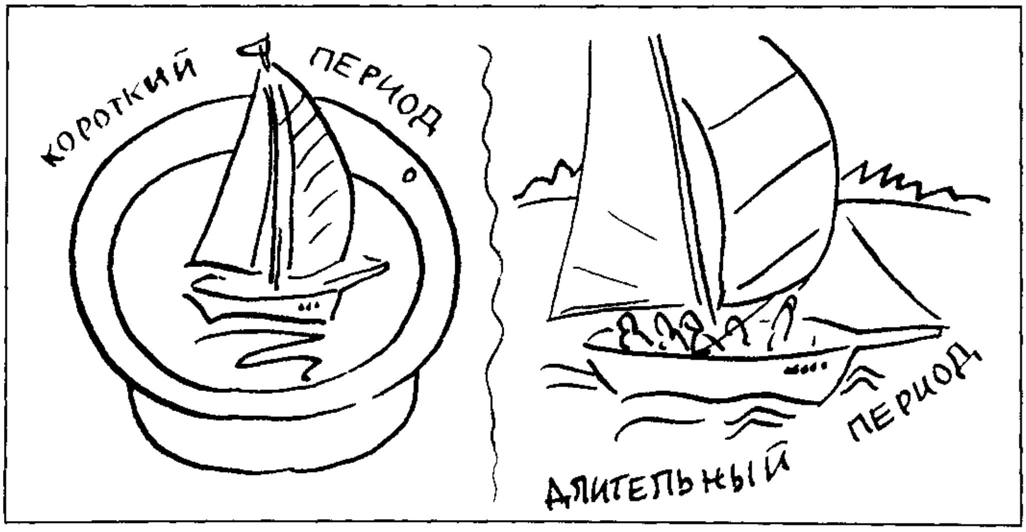
АНТОН. Ну да, из 3-й лекции я прекрасно помню о законе убывающего плодородия, открытом Тюрго. Мне совершенно ясно, что обязательно наступит момент, когда добавочные порции удобрения, вносимые на одном и том же участке земли, уже не только не будут способствовать повышению урожайности, но даже приведут к отрицательной предельной производительности удобрений.

БАРБОС. Да уж, если перекормить меня чем-нибудь даже очень вкусным, обязательно наступит момент, когда удовольствие превратится в мучение.

ИГОРЬ. Ты сказал: предельная производительность фактора, т. е. имел в виду прирост урожайности при добавлении единицы удобрений?

АНТОН. Все верно. Этот показатель называют также предельным продуктом переменного фактора.

ИГОРЬ. Ну хорошо, прин-



цип понятен. Если фиксированный ресурс недостаточно снабжен переменным, то продуктивность переменного ресурса высока, а если избыточно — низка.

АНТОН. А что нам мешает всегда наиболее рационально сочетать объемы переменного и постоянного факторов?

БАРБОС. Мы с Антоном недавно доставляли картошку из магазина домой. Я охранял этот продукт Гиффена, а Антон нес сумки. Так вот, мой разумный хозяин, постепенно заполняя картофелем сумки, все время приговаривал: «Все хорошо, что в меру, все хорошо, что в меру».

ИГОРЬ. Представь себе, что ты владелец швейной мастерской, а в этом летнем сезоне на вашу продукцию ажиотажный спрос, рожденный капризом моды. Скажи мне теперь, хочется ли тебе увеличить объем производства?

АНТОН. Так хочется, что нет никаких сил терпеть. Я тотчас сам бы сел за швейную машинку и сидел бы, не разгибаясь, три смены, лишь бы удовлетворить ажиотажный спрос, рожденный капризом моды.

БАРБОС. Это любопытно, не думал, что у Антона такая тяга к швейному делу! В каждом человеке, видно, дремлет художник.

ИГОРЬ. Так, так, а теперь скажи, что произошло бы в результате увеличения производства?

АНТОН. Я бы закупил побольше материала, хранил бы его не только в кладовых, но и в основном помещении мастерской, я бы нанял побольше швеймотористок, которые работали бы на всех имеющихся у меня швейных машинках, я бы увеличил продолжительность рабочего дня, я бы ввел две, лучше три смены, я бы отменил выходные, я бы сам начал работать на швейной машинке.

БАРБОС. Какой ужас! Кто бы тогда выводил меня на прогулку?

ИГОРЬ. Чудесно! А что же тебе помешает рационально сочетать объемы переменного и постоянного факторов?

АНТОН. Давай подумаем. Вспомним прежде всего, что в течение этого летнего сезона мне никак не успеть построить новое здание, чтобы увеличить производственные площади, где я мог бы установить новые швейные машинки.

ИГОРЬ. Значит, перечисленные факторы: производственные площади, швейные машинки и, наверное, талант предпринимателя, останутся без изменений? И именно поэтому мы их называем постоянными?

АНТОН. Ну конечно, для моего швейного дела короткий период, пожалуй, займет даже больше, чем три летних месяца. За это время я смогу увеличить количество применяемых материалов. Вполне возможно, что хранение материалов в неприспособленных местах увеличит время их поиска, затруднит передвижение по самой мастерской, а еще может быть, что от хранения этих материалов в помещении мастерской будет нечем дышать.

ИГОРЬ. А теперь вспомним о труде, который применяется во все большем объеме.

АНТОН. Да, да, да. Раньше у меня работа шла в одну смену, а вечером проводилась профилактика оборудования. Две швейные машинки у меня были в резерве на случай ремонта и срочной работы. Теперь же я займу все машинки, да еще устрою две или три смены. Скорее всего, это приведет к более частым поломкам машинок и простоям. И еще: я буду набирать новых людей, а навыка работы над нашей продукцией у них нет, работать они будут медленнее. К тому же в третью смену производительность, несомненно, вообще будет гораздо ниже.

ИГОРЬ. Ну вот, картина вырисовывается, а теперь расскажи о своем предпринимательском таланте.

АНТОН. Конечно, мне придется отказаться от мысли работать самому на швейной машинке, но даже руководить производством в три смены мне будет очень тяжело. Я буду так уставать, что мои решения вряд ли будут столь же удачными, как раньше.

ИГОРЬ. Так что же в итоге? Производство увеличено будет, но дополнительные переменные ресурсы будут работать со все меньшей производительностью?

АНТОН. Ну вот, теперь мне ясно, как ответить на свой собственный вопрос о том, что мне мешает сочетать факторы всегда наиболее рационально. Думаю, что читатель тоже догадался о причине всех наших затруднений. Эта причина — короткий период, в котором находилась моя мастерская.

БАРБОС. Вот это — ясность ума. Сам задал вопрос, сам на него ответил, а ответил — как будто отрезал. Мне к этому даже и добавить нечего.

ИГОРЬ. А как же длительный период?

АНТОН. Да, теперь нам с тобой нужно представить нашу, а вернее, мою предполагаемую швейную мастерскую уже не в течение летнего сезона, а на интервале, скажем, в два года.

ИГОРЬ. Другими словами, ты хочешь освободиться от сдерживающих развитие твоей мастерской обстоятельств короткого периода?

АНТОН. Именно так. В длительном периоде все факторы могут изменяться вместе с изменением объема выпуска, и ничто не мешает нам увеличить ресурсы одновременно.

БАРБОС. Да, я чувствую, Антон мечтает превратить свою, вернее, нашу мастерскую в швейную фабрику. На фабрике у моего Антона будет свой кабинет с ковром, а я очень люблю лежать на ковре. Я тогда буду считаться главной сторожевой собакой, охраняющей самого хозяина, а другие собаки будут стремительно бегать вдоль фабричных стен, напоминая злоумышленникам о себе громким лаем.

ИГОРЬ. Интересно, как бы ты повел себя на этот раз?

АНТОН. На этот раз у нас было бы просторное помещение, где были бы установлены новые швейные машинки. Их бы хватило, чтобы организовать работу в две смены, а в третью смену проводить профилактику оборудования. Не пришлось бы загромождать проходы материалами, они хранились бы в специальных помещениях.

ИГОРЬ. То есть ты свободен теперь от условий короткого периода и живешь по законам длительного периода?

АНТОН. Теперь-то мне все по плечу!

БАРБОС. Да, богатырь, настоящий богатырь! Можно сказать — Антон Муромец.

ИГОРЬ. А все-таки, можешь ли ты рассчитывать, что укрупнение производства в длительном периоде всегда приводит к росту производительности ресурсов?

АНТОН. Конечно, не всегда. Принято считать, что сначала увеличение масштаба дает положительный эффект. Например, ресурсы увеличились в три раза, а выпуск — в четыре.

БАРБОС. Не последнее место в нашем успехе сыграла специализация каждой сторожевой собаки.

ИГОРЬ. В этом случае часто приводят пример Адама Смита. Если бы булавку пришлось изготавливать от начала до конца одному человеку, то больше одной в день он бы не произвел, а если разделить процесс изготовления на 18 последовательных операций, то увеличение масштаба в 18 раз давало бы возможность производить в день на одного работника 4800 булавок.

АНТОН. Я в своей мастерской тоже разделю работу швей-мотористок на несколько последовательных операций и, надеюсь, это приведет к росту отдачи от масштаба.

ИГОРЬ. Значит, это и есть важнейший закон производства в длительном периоде?

АНТОН. Не торопись, Игорь. Я ведь сказал, что это бывает сначала, а потом, когда предприятие становится слишком крупным, им становится трудно управлять.

ИГОРЬ. Понял. Значит, возможно, что если ты увеличишь ресурсы уже не в три, а в шесть раз, то объем выпуска возрастет только в пять раз?

АНТОН. Очень может быть. В этом случае мы столкнемся с убывающей отдачей от масштаба.

БАРБОС. У нас никогда и не было гигантомании, ведь недаром же мой хозяин любит повторять: «Все хорошо, что в меру, все хорошо, что в меру!».

РАЗДЕЛ 1

Производственная функция

Производство не может создавать продукцию из ничего. Процесс производства связан с потреблением различных ресурсов. В число ресурсов входит все то, что необходимо для производственной деятельности, — и сырье, и энергия, и труд, и оборудование, и пространство.

Для того чтобы описать поведение фирмы, необходимо знать, какое количество продукта может она произвести, используя ресурсы в тех или иных объемах. Мы будет исходить из допущения, что фирма производит однородный продукт, количество которого измеряется в натуральных единицах — тоннах, штуках, метрах и т. д. Зависимость количества продукта, которое может произвести фирма, от объемов затрат ресурсов получила название *производственной функции.*

Но предприятие может по-разному осуществить производственный процесс, используя разные технологические способы, разные варианты организации производства, так что и количество продукта, получаемое при одних и тех же затратах ресурсов, может быть разным. Руководители фирмы должны отклонить варианты производства, дающие меньший выход продукта, если при тех же самых затратах каждого вида ресурса можно получить больший выход. Точно так же они должны отклонить варианты, требующие бóльших затрат хотя бы одного ресурса без увеличения выхода продукта и сокращения затрат других ресурсов. Варианты, отклоняемые по этим соображениям, носят название *технически неэффективных.*

Технически неэффективные варианты производства

Допустим, ваша фирма производит холодильники. Для изготовления корпуса нужно раскроить листовое железо. В зависимости от того, как будет размечен и раскроен стандартный лист железа, из него можно вырезать больше или меньше деталей; соответственно для изготовления определенного количества холодильников потребуется меньше или больше стандартных листов железа. При этом расход всех остальных материалов, труда, оборудования, электроэнергии останется без изменения. Такой вариант производства, который может быть улучшен путем более рационального раскроя железа, должен быть признан технически неэффективным и отклонен.

Технически эффективные варианты производства

Технически эффективными называют варианты производства, которые нельзя улучшить ни увеличением производства продукта без увеличения расхода ресурсов, ни сокращением затрат какого-либо ресурса без снижения выпуска и без увеличения затрат других ресурсов. Производственная функция учитывает только технически эффективные варианты. Ее значение — это *наибольшее* количество продукта, которое может произвести предприятие при данных объемах потребления ресурсов.

Рассмотрим вначале простейший случай: предприятие производит единственный вид продукции и расходует единственный вид ресурса. Пример такого производства довольно трудно найти в действительности. Даже если рассмотреть предприятие, оказывающее услуги на дому у клиентов без применения какого-либо оборудования и материалов (массаж, репетиторство) и затрачивающее только труд работников, нам пришлось бы допустить, что работники обходят клиентов пешком (не используя услуг транспорта) и договариваются с клиентами без помощи почты и телефона.

Итак, предприятие, затрачивая ресурс в количестве x, может произвести продукт в количестве q. Производственная функция

$$q = f(x) \qquad (1)$$

устанавливает связь между этими величинами. Заметим, что здесь, как и в других лекциях, все объемные величины — это величины типа потока: объем затрат ресурса измеряется количеством единиц ресурса в единицу времени, а объем выпуска — количеством единиц продукта в единицу времени.

На рис. 1 приведен график производственной функции для рассматриваемого случая. Все точки, лежащие на графике, соответствуют технически эффективным вариантам, в частности точки A и B. Точка C соответствует неэффективному, а точка D — недостижимому варианту.

Производственная функция вида (1), устанавливающая зависимость объема производства от объема затрат единственного ресурса, может использоваться не только в иллюстративных целях. Она полезна и тогда, когда может изменяться расход лишь одного ресурса, а затраты всех остальных ресурсов по тем или иным причинам должны рассматриваться как фиксированные. В этих случаях интерес представляет зависимость объема производства от затрат единственного переменного фактора.

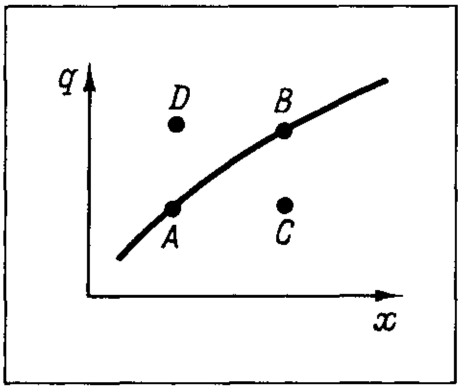


Рис. 1. Производственная функция в случае единственного ресурса.

Значительно большее разнообразие появляется при рассмотрении производственной функции, зависящей от объемов двух потребляемых ресурсов:

$$q = f(x_1, x_2). \tag{2}$$

Анализ таких функций позволяет легко перейти к общему случаю, когда количество ресурсов может быть любым. Кроме того, производственные функции двух аргументов широко используются в практике, когда исследователя интересует зависимость объема выпуска продукта от важнейших факторов — затрат труда (L) и капитала (K):

$$q = f(L, K). \tag{3}$$

График функции двух переменных невозможно изобразить на плоскости. Производственную функцию вида (2) можно представить в трехмерном декартовом пространстве, две координаты которого (x_1 и x_2) откладываются на горизонтальных осях и соответствуют затратам ресурсов, а третья (q) откладывается на вертикальной оси и соответствует выпуску продукта (рис. 2). Графиком производственной функции служит поверхность «холма», повышающаяся с ростом каждой из координат x_1 и x_2. Построение на рис. 1 при этом можно рассматривать как вертикальный разрез «холма» плоскостью, параллельной оси x_1 и соответствующей фиксированному значению второй координаты $x_2 = x_2^*$.

Горизонтальный разрез «холма» объединяет варианты производства, характеризующиеся фиксированным выпуском продукта $q = q^*$ при различных сочетаниях затрат первого и второго ресурсов. Если

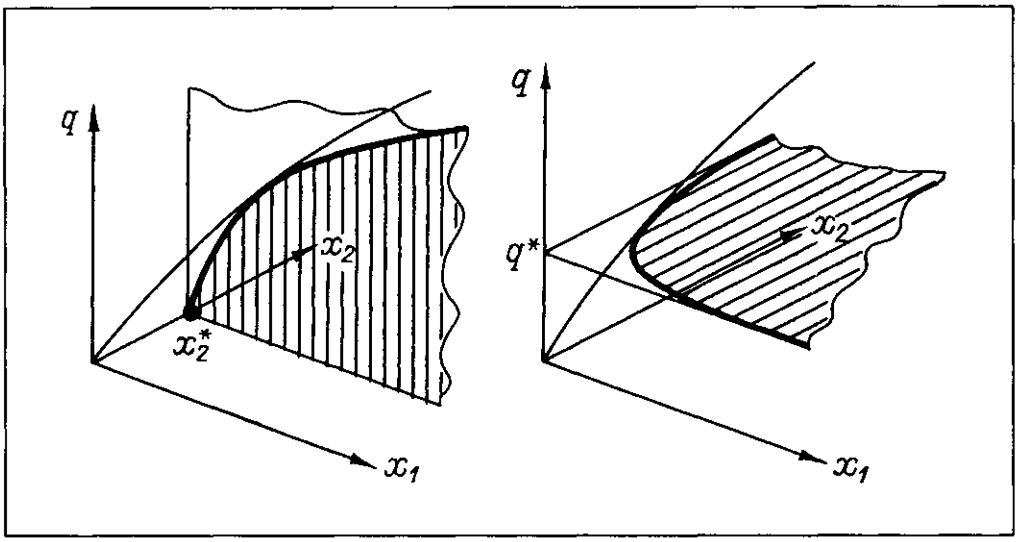


Рис. 2. Производственная функция в случае двух ресурсов.

Isoquant — изокванта

горизонтальное сечение поверхности «холма» изобразить отдельно на плоскости с координатами x_1 и x_2, получится кривая, объединяющая такие комбинации затрат ресурсов, которые позволяют получить данный фиксированный объем выпуска продукта (рис. 3). Такая кривая получила название *изокванты* производственной функции (от *греч.* ισος — одинаковый и *лат.* quantum — сколько).

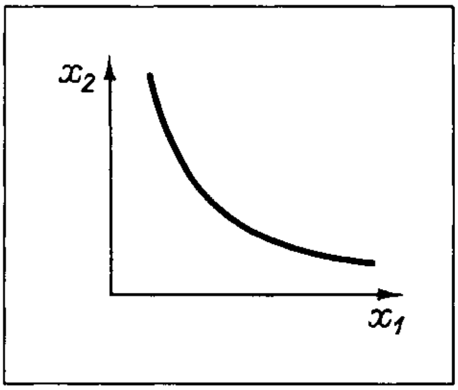


Рис. 3. Изокванта производственной функции.

Допустим, что производственная функция описывает выпуск продукции в зависимости от затрат труда и капитала. Одно и то же количество продукции можно получить при различных сочетаниях затрат этих ресурсов. Можно использовать небольшое количество машин (т. е. обойтись небольшими затратами капитала), но при этом придется затратить большое количество труда; можно, напротив, механизировать те или иные операции, увеличить количество машин и за счет этого снизить затраты труда. Если при всех таких сочетаниях наибольший возможный объем выпуска остается постоянным, то эти сочетания изображаются точками, лежащими на одной и той же изокванте.

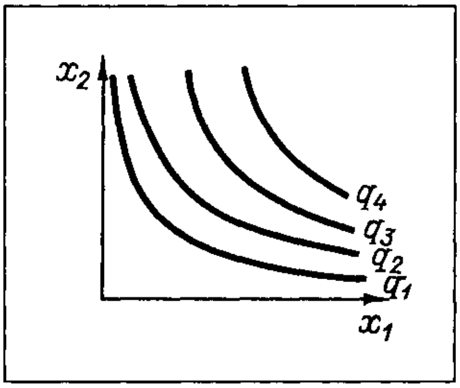


Рис. 4. Карта изоквант.

Зафиксировав объем выпуска продукта на другом уровне, мы получим другую изокванту той же самой производственной функции. Выполнив серию горизонтальных разрезов на различных высотах, получим так называемую *карту изоквант* (рис. 4) — наиболее распространенное графическое представление производственной функции от двух аргументов. Она похожа на географическую карту, на которой рельеф местности изображен горизонталями (иначе — изогипсами) — линиями, соединяющими точки, лежащие на одинаковой высоте.

Нетрудно заметить, что производственная функция во многом похожа на функцию полезности в теории потребления, изокванта — на кривую безразличия, карта изоквант — на карту безразличия. Позже мы убедимся в том, что свойства и характеристики производственной функции имеют много аналогий в теории потребления. И дело тут не в простом сходстве. По отношению к ресурсам фирма ведет себя как потребитель, и производственная функция характеризует именно эту сторону производства — производство как потребление. Тот или иной набор ресурсов полезен для производства постольку, поскольку он позволяет получить соответствующий объем выпуска продукта. Можно сказать, что значения производственной функции выражают полезность для производства соответствующего набора ресурсов. В отличие от потребительской полезности эта «полезность» имеет вполне определенную количественную меру — она определяется объемом производимой продукции.

То обстоятельство, что значения производственной функции относятся к технически эффективным вариантам и характеризуют наибольший выпуск продукции при потреблении данного набора ресурсов, также имеет аналогию в теории потребления. Потребитель может по-разному использовать приобретаемые блага. Полезность покупаемого набора благ определяется таким способом их использования, при котором потребитель получает наибольшее удовлетворение.

Однако при всех отмеченных чертах сходства потребительской полезности и «полезности», выражаемой значениями производственной функции, это совершенно разные понятия. Потребитель сам, исходя только из своих собственных предпочтений, определяет, насколько полезен для него тот или иной продукт, — покупая или отвергая его. Набор производственных ресурсов в конечном счете окажется полезным в той мере, в какой будет одобрен потребителем тот продукт, который произведен с использованием этих ресурсов.

Поскольку производственной функции присущи наиболее общие свойства функции полезности, мы можем далее рассмотреть основные ее свойства, не повторяя подробных рассуждений, приведенных во 2-м выпуске журнала.

Будем считать, что увеличение затрат одного из ресурсов при неизменных затратах другого позволяет увеличить выход продукции. Это значит, что производственная функция — возрастающая функция каждого из своих аргументов. Через каждую точку плоскости ресурсов с координатами x_1, x_2 проходит единственная изокванта. Все изокванты имеют отрицательный наклон. Изокванта, отвечающая большему выходу продукта, располагается правее и выше изокванты для меньшего выхода. Наконец, все изокванты будем считать выпуклыми в направлении начала координат.

На рис. 5 изображены некоторые карты изоквант, характеризующие различные ситуации, возникающие при производственном потреблении двух ресурсов. Рис. 5, *а* соответствует абсолютному взаимозамещению ресурсов. В случае, представленном на рис. 5, *б*, первый ресурс может быть полностью замещен вторым: точки изоквант, расположенные на оси x_2, показывают количество второго ресурса, позволяющее получить тот или иной выход продукта без использования первого ресурса. Использование первого ресурса позволяет сократить затраты второго, но полностью заменить второй ресурс первым невозможно. Рис. 5, *в* изображает ситуацию, в которой оба ресурса необходимы и ни один из них не может быть полностью замещен другим. Наконец, случай,

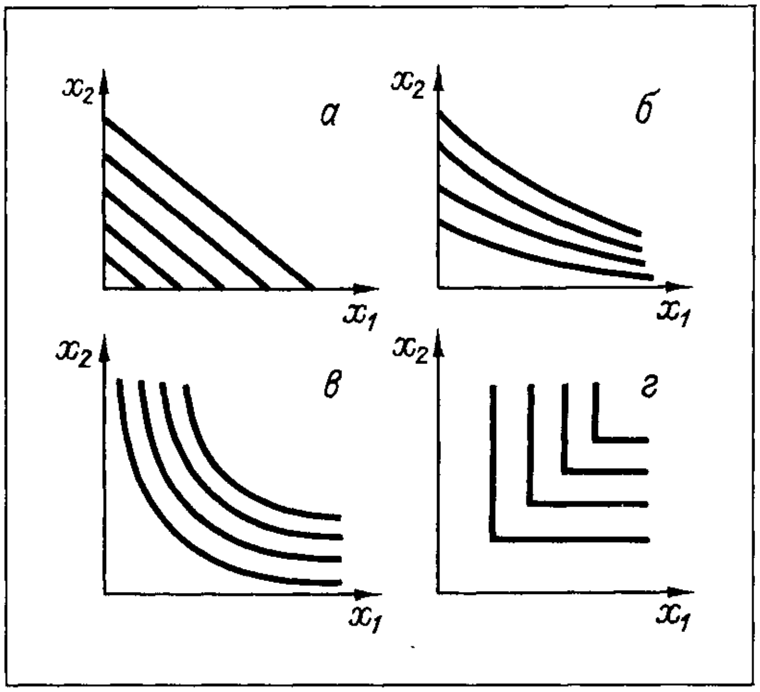


Рис. 5. Примеры карт изоквант.

представленный на рис. 5, *г*, характеризуется абсолютной дополняемостью ресурсов.

Производственная функция, зависящая от двух аргументов, имеет довольно наглядное представление и сравнительно проста для расчетов. Нужно заметить, что в экономике используются производственные функции различных объектов — предприятия, отрасли, национального и мирового хозяйства. Чаще всего это функции вида (3); иногда добавляют третий аргумент — затраты природных ресурсов (N):

$$q = f(L, K, N).$$

Это имеет смысл, если количество природных ресурсов, вовлекаемых в производственную деятельность, является переменным.

В прикладных экономических исследованиях и в экономической теории используются производственные функции разных типов. Их особенности и различия будут обсуждаться в разделе 3. В прикладных расчетах требования практической вычислимости заставляют ограничиться небольшим числом факторов, и эти факторы рассматриваются укруп-

Теоретический подход к построению производственных функций изложен в статье Р. Дорфмана «Математическое, или „линейное", программирование: нематематическое представление» (Теория фирмы. СПб., 1994. (Вехи экономической мысли ; Вып. 2) (далее: Вехи. Вып. 2)). Прикладным аспектам посвящена статья А. Уолтерса «Производственные функции и функции затрат: эконометрический обзор» (Вехи. Вып. 2) ненно — «труд» без подразделения по профессиям и квалификации, «капитал» без учета его конкретного состава, и т. д. При теоретическом анализе производства можно отвлечься от трудностей практической вычислимости.

Теоретический подход требует каждый вид ресурса считать абсолютно однородным. Сырье различных сортов должно рассматриваться как различные виды ресурсов, точно так же, как машины различных марок или труд, различающийся по профессиональному и квалификационному признакам. Таким образом, используемая в теории производственная функция — это функция большого числа аргументов:

$$q = f(x_1, x_2, \ldots, x_n). \tag{4}$$

Такой же подход применялся и в теории потребления, где число видов потребляемых благ никак не ограничивалось.

Все, что было ранее сказано о производственной функции двух аргументов, может быть перенесено и на функцию вида (4), разумеется, с оговорками, касающимися размерности. Изокванты функции (4) — это не плоские кривые, а n-мерные поверхности. Тем не менее мы и в дальнейшем будем пользоваться «плоскими изоквантами» — и в иллюстративных целях, и как удобным средством анализа в случаях, когда затраты двух ресурсов являются переменными, а остальных считаются фиксированными.

РАЗДЕЛ 2

Характеристики производства

1. Производительность

С производственной функцией связан ряд важных характеристик производства. В первую очередь к ним относятся показатели производительности (продуктивности) ресурсов, характеризующие объем производимого продукта, приходящийся на единицу затрачиваемого ресурса каждого вида. *Средним продуктом* i-го ресурса называется отношение объема продукции q к объему использования этого ресурса x_i:

AP – average product (средний продукт)

$$AP_i = \frac{q}{x_i}.$$

Если, например, предприятие выпускает 5 тыс. изделий в месяц, а месячные затраты труда составляют 25 тыс. ч, то средний продукт труда равен 5000/25000 = 0.2 изд./ч.

Эта величина ничего не говорит о том, как изменится выход продукта при изменении объема затрат данного ресурса. Если затраты i-го ресурса увеличились на величину Δx_i и вследствие этого выпуск продукта увеличится на величину Δq (при неизменных затратах прочих ресурсов), то прирост выпуска на единицу прироста затрат данного ресурса определяется отношением $\Delta q/\Delta x_i$. Предел этого отношения при Δx_i, стремящемся к нулю, получил название *предельного продукта* данного ресурса:

MP – marginal product (предельный продукт)

$$MP_i = \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta x_i}.$$

Если в условиях предыдущего примера число работников несколько увеличится, так что затраты труда в месяц составят 26 тыс. ч, парк оборудования, затраты сырья, энергии и т. п. останутся прежними и при этом месячный выпуск продукции составит 5100 изделий, то предельный продукт равен приблизительно (5100–5000)/(26000–25000)=0.1 изд./ч (приблизительно, так как приращения не являются бесконечно малыми). Предельный продукт равен частной производной производственной функции по объему затрат соответствующего ресурса:

$$MP_i = \frac{\partial f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_i}.$$

На графике типа рис. 1, показывающем зависимость выпуска продукции от объема потребления данного ресурса при постоянных объемах прочих ресурсов («вертикальный разрез»), величине MP соответствует угловой коэффициент наклона графика (т. е. угловой коэффициент касательной).

И средний, и предельный продукт не являются постоянными величинами, они изменяются с изменением затрат всех ресурсов. Общая закономерность, которой подчинены различные производства, получила название *закона убывающего предельного продукта*: с ростом объема затрат любого ресурса при постоянном уровне затрат остальных ресурсов предельный продукт данного ресурса снижается.

С чем связано снижение предельного продукта? Представим себе предприятие, хорошо оснащенное различным оборудованием, имеющее достаточную площадь для осуществления производственного процесса, обеспеченное сырьем и различными материалами, но располагающее малым числом рабочих. На фоне остальных ресурсов рабочая сила является своего рода узким местом, и, надо полагать, дополнительный работник будет использован весьма рационально. Соответственно прирост продукции может быть значительным. Если же при сохранении прежних уровней всех прочих ресурсов число рабочих будет большим, труд дополнительного работника не будет уже столь хорошо обеспечен инструментом, механизмами, ему, возможно, будет мало места для работы и т. д. В этих условиях привлечение дополнительного работника не вызовет большого прироста выпуска продукции. Чем больше работников, тем меньше прирост выпуска продукции, обусловленный привлечением дополнительного работника.

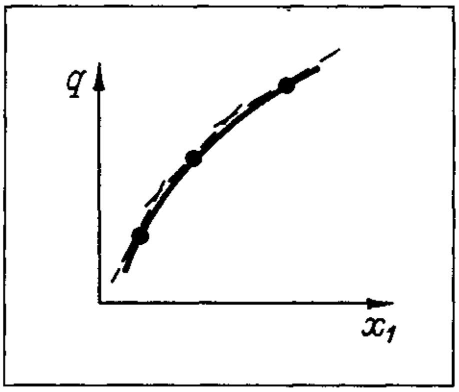


Рис. 6. Убывание предельного продукта.

Подобным же образом изменяется предельный продукт любого ресурса. Убывание предельного продукта иллюстрирует рис. 6, на котором представлен график производственной функции в предположении, что только один фактор является переменным. Зависимость объема продукта от затрат ресурса выражается вогнутой (выпуклой вверх) функцией.

Некоторые авторы формулируют закон убывающего предельного продукта иначе: если объем потребления ресурса превышает некоторый уровень, то при дальнейшем увеличении потребления этого ресурса его предельный продукт снижается. При этом допускается возрастание предельного продукта при малых объемах потребления ресурса.

Кроме того, технические характеристики многих видов ресурсов таковы, что при чрезмерных объемах

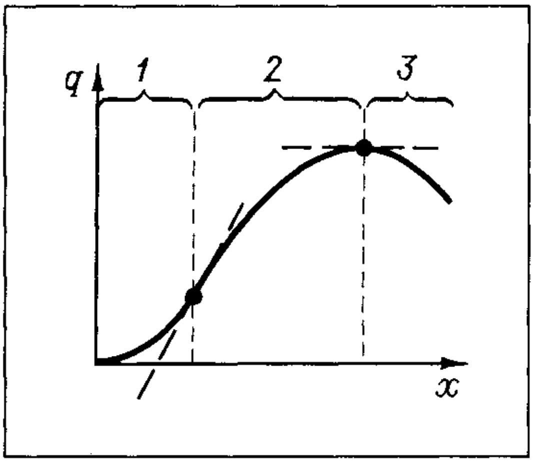


Рис. 7. Три участка производственной функции.

их использования выход продукта не увеличивается, а уменьшается, т. е. предельный продукт оказывается отрицательным. С учетом этих эффектов график производственной функции приобретает вид кривой на рис. 7, на которой выделяются три участка:

1 — предельный продукт возрастает, функция выпукла;

2 — предельный продукт убывает, функция вогнута;

3 — предельный продукт отрицателен, функция убывает.

Точки, попадающие на участок *3*, соответствуют технически неэффективным вариантам производства и поэтому не представляют интереса. Соответствующая область значений затрат ресурса получила название *неэкономической*. К *экономической области* относят ту область изменения затрат ресурсов, где с ростом затрат ресурса выпуск продукта растет. На рис. 7 это участки *1* и *2*.

Но мы будем рассматривать закон убывающего предельного продукта в первой форме, т. е. будем считать предельный продукт убывающим при любых объемах затрат ресурса (в пределах экономической области).

2. Замещение ресурсов

Как уже отмечалось в разделе 1, одно и то же количество продукта может быть получено при различных комбинациях ресурсов, и изокванта производственной функции соединяет точки, соответствующие таким комбинациям. При переходе от одной точки изокванты к другой точке той же самой изокванты происходит уменьшение затрат одного ресурса с одновременным увеличением затрат другого, так что при этом выпуск продукции остается без изменения, т. е. имеет место *замещение* одного ресурса другим.

Будем считать, что производство потребляет два вида ресурсов. Меру заменяемости второго ресурса первым характеризует количество второго ресурса,

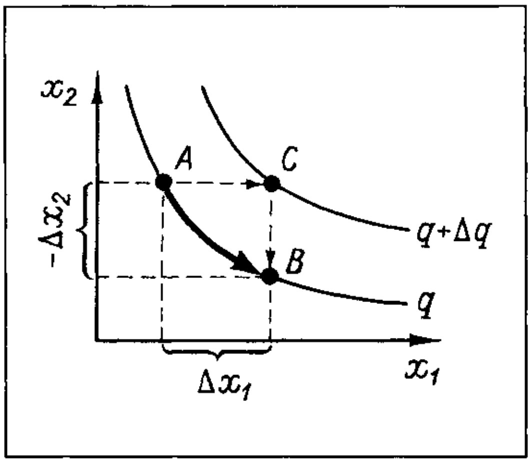


Рис. 8. Замещение ресурсов.

компенсирующее изменение количества первого ресурса на единицу при движении по изокванте. Эта величина называется *нормой технической замены* и равна $-\Delta x_2/\Delta x_1$ (рис. 8). Знак «минус» связан с тем, что приращения Δx_1 и Δx_2 имеют противоположные знаки. Величина нормы замены зависит от величины приращения; чтобы избавиться от этого обстоятельства, пользуются *предельной нормой технической замены*:

$$MRTS = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \left(-\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \right) \qquad (q = \text{const}).$$

MRTS – marginal rate of technical substitution (предельная норма технической замены)

Предельная норма технической замены связана с предельными продуктами обоих ресурсов. Обратимся к рис. 8. Переход из точки A в точку B выполним за два шага. На первом шаге увеличим количество первого ресурса; при этом выпуск продукции несколько увеличится и мы перейдем с изокванты, соответствующей выпуску q, в точку C, лежащую на изокванте $q + \Delta q$. Считая приращения малыми, можем приращение Δq представить приближенным равенством

$$\Delta q = MP_1 \cdot \Delta x_1.$$

На втором шаге уменьшим количество второго ресурса и вернемся на исходную изокванту. Отрицательное приращение выпуска при этом равно

$$-\Delta q = MP_2 \cdot \Delta x_2.$$

Сопоставление двух последних равенств приводит к соотношению

$$-\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{MP_1}{MP_2}.$$

В пределе, когда оба приращения стремятся к нулю, получим

$$MRTS = \frac{MP_1}{MP_2}. \qquad (5)$$

Графически предельная норма технической замены изображается взятым с обратным знаком угловым коэффициентом наклона касательной в данной точке изокванты к оси абсцисс.

При движении вдоль изокванты слева направо угол наклона касательной уменьшается — это следствие выпуклости области, расположенной над изоквантой. Предельная норма технической замены ведет себя так же, как и норма замены в потреблении.

Мы рассмотрели случай, когда предприятие потребляло всего два вида ресурсов. Полученные результаты без труда переносятся на общий, n-мерный случай. Допустим, нас интересует замещение j-го ресурса i-м. Мы должны зафиксировать уровни всех остальных ресурсов и рассматривать как переменные только выбранную пару. Интересующему нас замещению соответствует движение вдоль «плоской изокванты» с координатами x_i, x_j. Все приведенные выше соображения остаются в силе, и мы приходим к результату:

$$MRTS_{ij} = \frac{MP_i}{MP_j}. \tag{6}$$

3. Оптимальная комбинация ресурсов

Возможность получить определенный выход продукта разными способами, или, иначе, взаимная замещаемость ресурсов, делает закономерным вопрос: какая комбинация ресурсов в наибольшей степени отвечает интересам предприятия?

Предприятие покупает ресурсы на рынках сырья, рабочей силы, энергии и т. д. Будем считать, что цена p_i, по которой покупается i-й ресурс, не зависит от объема покупки. Расходы фирмы на приобретение ресурсов в двумерном случае описываются выражением

$$C = p_1x_1 + p_2x_2.$$

Isocost – изокоста

Множество комбинаций ресурсов, расходы на покупку которых одинаковы, графически изображается прямой — аналогом бюджетной линии в теории потребления. В теории производства эта линия называется *изокостой* (от *англ.* cost — затраты). Ее наклон определяется соотношением цен p_1/p_2.

Постулат о рациональности поведения, лежащий в основе теоретической экономики, относится ко всем субъектам хозяйствования. Фирма, выступая на рынках ресурсов как рациональный потребитель и несущая затраты C, заинтересована в приобретении наиболее полезной комбинации ресурсов, т. е. комбинации ресурсов, дающей наибольший выход продукта. Задача определения наилучшей в этом смысле комбинации ресурсов полностью аналогична задаче нахождения потребительского оптимума. А в точке оптимума, как мы знаем, бюджетная линия касается кривой безразличия; соответственно и в точке, изображающей оптимальную комбинацию ресурсов, изокоста должна касаться изокванты (рис. 9, *а*). В этой точке $MRTS$ (наклон изокванты) и отношение цен p_1/p_2 (наклон изокосты) совпадают. Итак, для оптимальной комбинации ресурсов выполняется равенство

$$MRTS = \frac{p_1}{p_2},$$

или, если принять во внимание равенство (5) для предельной нормы технической замены,

$$\frac{MP_1}{MP_2} = \frac{p_1}{p_2}. \qquad (7)$$

Значения предельных продуктов каждого из ресурсов при оптимальной их комбинации должны быть пропорциональны их ценам.

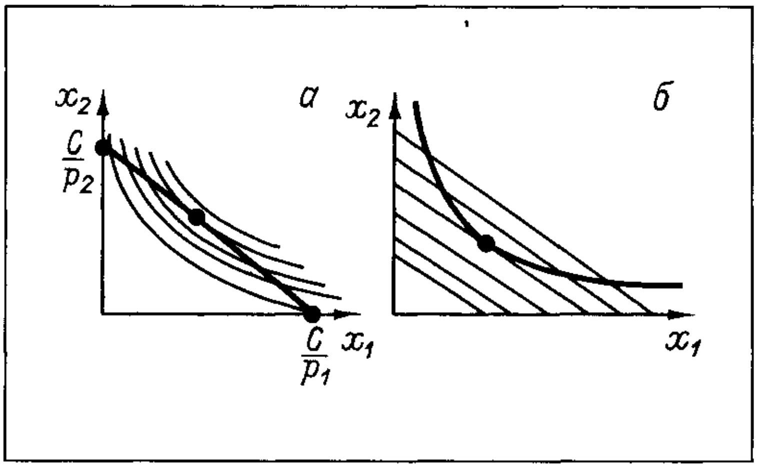


Рис. 9. Оптимальная комбинация ресурсов.

Допустим, что при сложившихся объемах потребления ресурсов MP_1=0.1, MP_2=0.2, а цены p_1=100, p_2=300. При этом MP_1/MP_2= 1/2, p_1/p_2=1/3, так что данная комбинация не оптимальна. Увеличивая потребление первого ресурса (при этом MP_1 снизится) и уменьшая потребление второго (MP_2 увеличится), можно прийти к выполнению условия (7). Значит, потребление первого ресурса было недостаточным, второго — избыточным.

Мы могли бы по-иному определить наилучшую комбинацию ресурсов. Фирма, производящая продукт в количестве q, заинтересована в выборе такого варианта производства, который позволил бы получить данный выход продукта при наименьших расходах на приобретение ресурсов. Задача сводится к отысканию на заданной изокванте такой точки, которая располагалась бы на самой «низкой» изокосте. И в этом случае искомая комбинация изображается точкой касания изокванты и изокосты (рис. 9,*б*), а для нее должно выполняться соотношение (7).

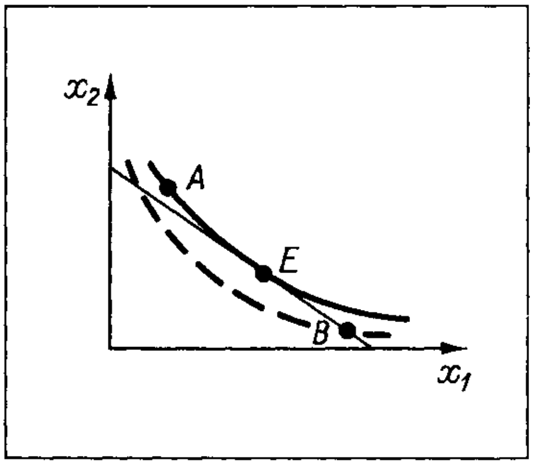


Рис. 10. Экономически эффективный и экономически неэффективный варианты производства.

Экономически эффективные варианты производства

В отличие от потребителя, доход которого предполагается заданным, для фирмы ни расходы на ресурсы, ни выпуск продукции не являются заданными величинами. И то и другое — результат согласованного выбора с учетом ситуации на рынке продукта. Однако, зная цены ресурсов, мы можем выделить экономически эффективные варианты производственного процесса. Будем называть вариант ***экономически эффективным***, если фирма не может увеличить выпуск продукта без увеличения расходов на ресурсы и не может снизить расходов без сокращения выпуска. На рис. 10 точка E соответствует эффективному, а точки A и B — неэффективным вариантам: вариант A дороже, чем E, при том же выходе продукта; варианту B соответствуют те же затраты, что и варианту E, но выход продукта здесь меньше. Пропорциональность предельных продуктов ценам ресурсов мы можем теперь трактовать как условие экономической эффективности производственного варианта.

Этот вывод также легко переносится на n-мерный случай. Если комбинация ресурсов $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ экономически эффективна, то любая пара (x_i, x_j) ресурсов должна удовлетворять условию вида (7), т. е. равенство

$$\frac{MP_i}{MP_j} = \frac{p_i}{p_j}$$

должно выполняться для любой пары ресурсов. А это возможно, если предельные продукты *всех* ресурсов пропорциональны ценам:

$$MP_1 : MP_2 : \ldots : MP_n = p_1 : p_2 : \ldots : p_n. \qquad (8)$$

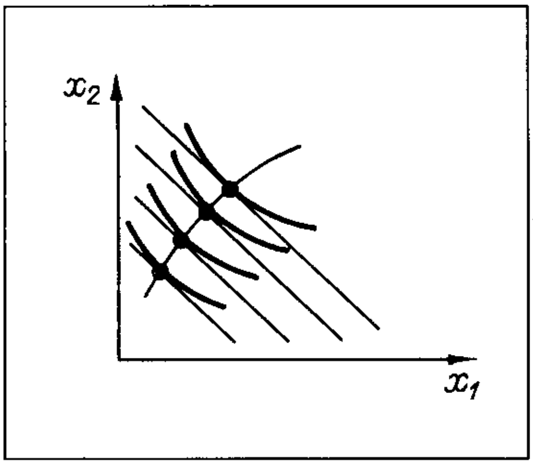


Рис. 11. Кривая роста.

Считая цены ресурсов фиксированными, возьмем на каждой изокванте самую «дешевую» точку (или на каждой изокосте — самую «производительную») и соединим их кривой. Эта кривая объединяет варианты, эффективные при данных ценах ресурсов. Принимая решение об объеме производства, фирма будет оставаться на этой кривой. Ее называют *кривой оптимального роста* (рис. 11).

Приведенные утверждения справедливы в предположении, что фирма может свободно выбирать объемы *всех* ресурсов. Однако предприятие может в короткий срок резко изменить потребление материалов, может принять на работу требуемое количество работников, но не может столь же быстро изменить, например, производственные площади. В связи с этим различают поведение фирмы в коротком и длительном периодах: в длительном периоде могут изменяться объемы всех ресурсов, в коротком — только некоторых.

Пусть из двух ресурсов, потребляемых предприя-

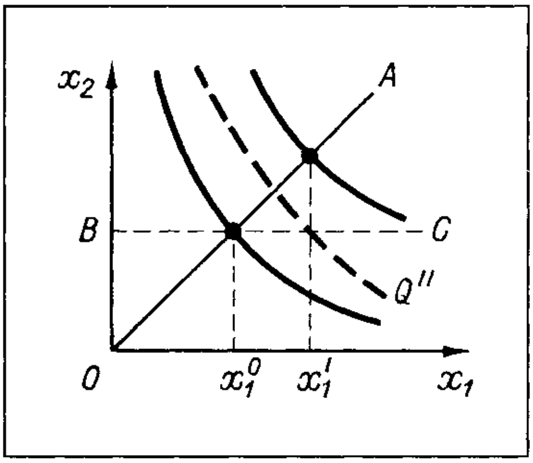


Рис. 12. Изменение масштаба в длительном и коротком периодах.

тием, первый может изменяться в коротком периоде, а второй — только в длительном, в коротком же принимает фиксированное значение $x_2 = B$. Эту ситуацию иллюстрирует рис. 12. В длительном периоде предприятие может выбрать любую комбинацию ресурсов в пределах положительного квадранта плоскости Ox_1x_2, а в коротком — лишь на луче BC.

В общем случае все ресурсы можно разделить на изменяющиеся в коротком периоде («подвижные») и изменяющиеся только в длительном периоде. В коротком периоде могут рационально выбираться лишь объемы «подвижных» ресурсов, так что условие экономической эффективности — пропорция вида (8) — в коротком периоде охватывает только эти виды ресурсов. Вариант, эффективный в коротком периоде, может быть неэффективным в длительном.

4. Отдача от масштаба

Допустим, что фирма желает увеличить выпуск продукта вдвое. Достигнет ли она этой цели, удвоив затраты труда, парк оборудования, производственные площади, словом, объемы всех используемых ресурсов? Или этой цели можно достичь не столь большим ростом затрат ресурсов? Или, напротив, для этой цели расход ресурсов нужно увеличить больше, чем в два раза? Ответ на такие вопросы дает характеристика производства, получившая название *отдачи от масштаба*.

Обозначим x_1^0, x_2^0 объемы потребления фирмой ресурсов в исходном состоянии; количество производимого продукта при этом равно

$$q^0 = f\left(x_1^0,\ x_2^0\right).$$

Пусть теперь фирма изменяет масштаб потребления ресурсов, сохраняя пропорцию между их количествами:

$$x'_1 = kx^0_1; \qquad x'_2 = kx_2.$$

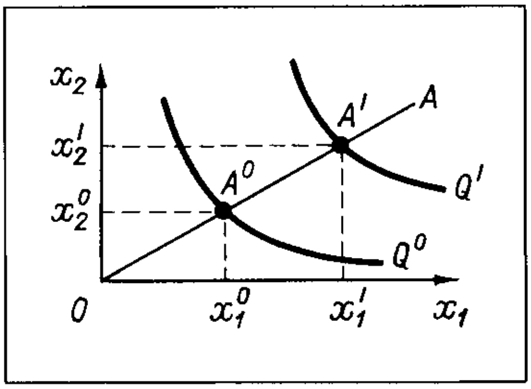


Рис. 13. Пропорциональное изменение потребления ресурсов.

Новый объем производства продукта равен

$$q' = f\left(kx^0_1,\ kx^0_2\right).$$

Возможны случаи, когда выпуск продукта изменяется в той же самой пропорции, что и потребление ресурсов, т. е. $q' = kq^0$. Тогда говорят о *постоянной* отдаче от масштаба.

Но может оказаться и иначе. Например, увеличение потребления ресурсов в 2 раза вызовет увеличение выпуска в 2.5 раза. Если $q' > kq^0$, говорят о *возрастающей* отдаче от масштаба. Если же $q' < kq^0$, то мы имеем дело с *убывающей* отдачей от масштаба (скажем, удвоение затрат каждого ресурса позволяет увеличить выпуск продукта лишь в 1.5 раза).

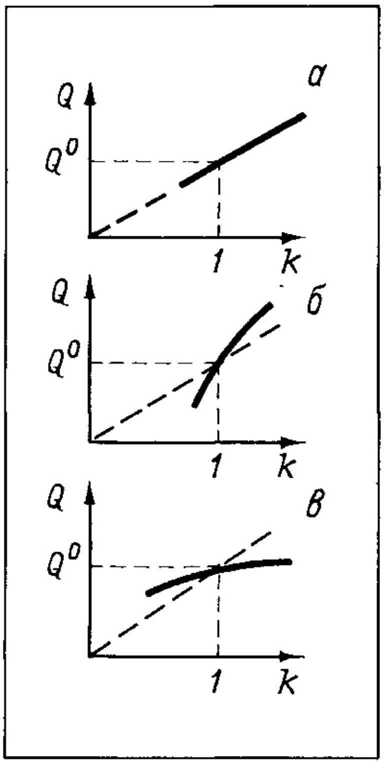


Рис. 14. Постоянная (*а*), возрастающая (*б*) и убывающая (*в*) отдача от масштаба.

На карте изоквант пропорциональное изменение расхода ресурсов изображается движением вдоль луча, выходящего из начала координат (рис. 13). Увеличение расхода в k раз соответствует увеличению в k раз расстояния от начала координат. Изокванты, пересекающие луч OA в различных точках, показывают, как при продвижении вдоль луча изменяется объем выпуска продукта. Выбрав в качестве единицы длины расстояние от начала координат до исходной точки A^0, можно построить график изменения объема выпуска в зависимости от масштабного коэффициента k. Рис. 14 иллюстрирует постоянную (*а*), возрастающую (*б*) и убывающую (*в*) отдачу от масштаба.

Таким образом, если предприятие хочет увеличить выпуск продукта в k раз, сохраняя пропорцию между объемами потребления ресурсов, то ему придется увеличить объем потребления каждого ресурса:

в k раз, если отдача от масштаба постоянна;

меньше, чем в k раз, если отдача от масштаба возрастает;

больше, чем в k раз, если отдача от масштаба убывает.

Если масштаб производства может изменяться в широких пределах, то характер отдачи от масштаба не остается одним и тем же во всем диапазоне изменений. Для того чтобы фирма могла функционировать, требуется некоторый минимальный уровень потребления ресурсов — постоянные затраты. При малых объемах производства отдача от масштаба оказывается возрастающей: так как величина постоянных затрат остается неизменной, значительное увеличение выпуска продукта может быть достигнуто при относительно небольшом увеличении общих затрат ресурсов. При больших объемах отдача от масштаба оказывается убывающей вследствие снижения предельного продукта каждого ресурса. Помимо других обстоятельств убывающая отдача от масштаба на крупных предприятиях связана с усложнением управления производством, нарушениями координации деятельности различных производственных звеньев и т. д. Характерная кривая представлена на рис. 15. Участок слева от точки B характеризуется возрастающей отдачей от масштаба, справа — убывающей. В окрестности точки B отдача от масштаба приблизительно постоянна.

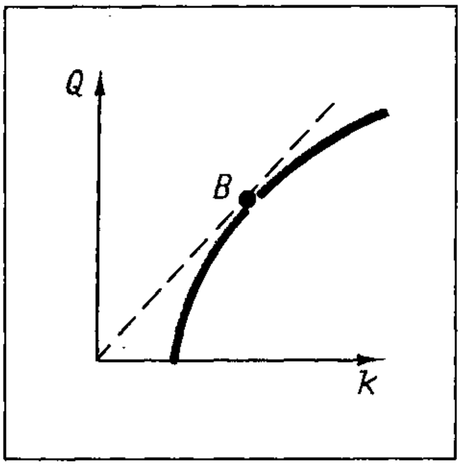


Рис. 15. Различная отдача от масштаба на различных участках кривой.

РАЗДЕЛ 3

Технический прогресс и производственная функция

Как уже говорилось, производственная функция описывает техническую сторону производства. При этом все приведенные в разделах 1 и 2 соображения исходили из неизменности технического уровня производства: замена одного ресурса другим, изменение масштаба производства и т. д., — все эти изменения были переходами от одного производственного варианта к другому в пределах множества производственных возможностей, причем само это множество предполагалось неизменным; неизменной была и производственная функция.

В то же время в реальной жизни фирмы происходят изменения и другого рода: изобретаются новые материалы, старое оборудование заменяется более совершенным, работники приобретают новые знания и т. д. Кроме того, может совершенствоваться и продукция. Однако такие изменения мы здесь рассматривать не будем: теория предполагает, что продукт идеально однороден, тождествен самому себе, а усовершенствованный продукт — это уже другой продукт. Мы ограничимся рассмотрением только таких изменений в производстве, которые влияют лишь на затраты ресурсов и никак не сказываются на качестве продукта.

Как же производственная функция отражает такие изменения в производстве, которые характеризуются как технический прогресс?

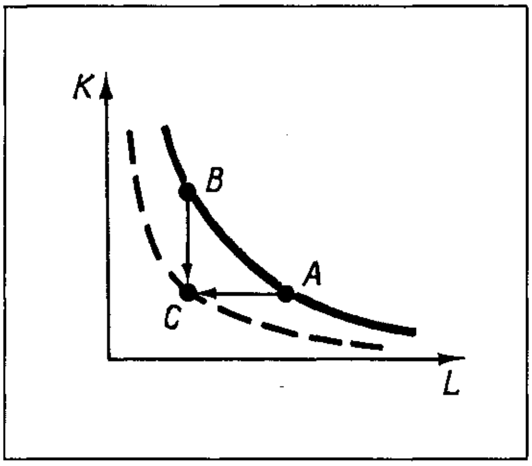


Рис. 16. Сдвиг изокванты производственной функции в результате технического прогресса.

Чтобы в дальнейшем избежать неясности, вначале исключим изменения, которые не относятся к техническому прогрессу. Допустим, что мы рассматриваем производственную функцию, имеющую своими аргументами всего два фактора — труд (L) и капитал (K). Одна из изоквант такой производственной функции показана на рис. 16. Допустим, что фирма, оставаясь в пределах исходных технических возможностей, механизирует производство, увеличивая количество оборудования (т. е. вложенного в производство капитала) и высвобождая некоторое количество труда; при этом она сохраняет прежний выпуск продукции. На рис. 16 этому изменению соответствует переход по изокванте из точки A в точку B. Можно ли такое изменение считать проявлением технического прогресса? Разумеется, нет: мы остались в пределах прежних производственных возможностей, произошло лишь замещение одного ресурса другим.

Ситуация была бы совершенно иной, если бы фирма, сохранив выпуск продукции, смогла бы уменьшить затраты труда без увеличения затрат капитала или, наоборот, смогла бы уменьшить затраты капитала без уменьшения затрат труда, т. е. смогла бы перейти из точки A или B в точку C, лежащую ниже и левее «старой» изокванты. В пределах исходных производственных возможностей такой переход не мог бы осуществиться: в точке C производственная функция принимала меньшее значение, чем на изокванте, проходящей через точки A и B. Значит, должна была измениться производственная функция. При этом изокванта, соответствующая исходному выпуску продукции, должна переместиться влево вниз и пройти через точку C.

Итак, технический прогресс — появление новых производственных возможностей. При этом прежние возможности не исчезают. Изобретение новых материалов не исключает использование традиционных. Так, внедрение капрона в качестве конструкционного материала в машиностроении не исключило применение стали — в каждом случае нужно выбирать более эффективный из имеющихся материалов. Получение новых знаний не означает немедленного забвения всего старого. Таким образом, технический прогресс означает расширение множества производственных возможностей — «холм», о котором шла речь в разделе 1, «обрастает дополнительным слоем» (рис. 17). При этом варианты, которые в исходном множестве были технически эффективными, становятся неэффективными, и производственная функция должна учитывать новые эффективные варианты.

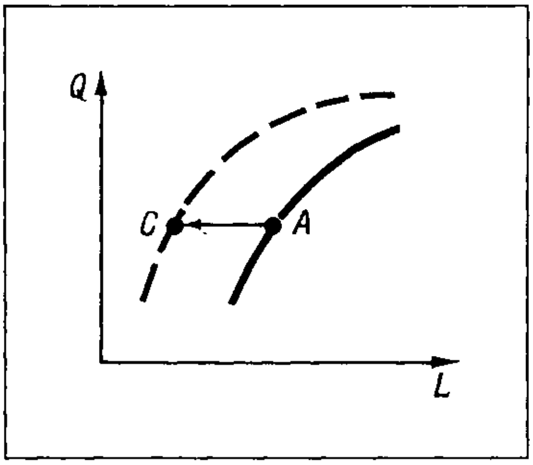


Рис. 17. Сдвиг графика производственной функции в результате технического прогресса.

Изложенная здесь точка зрения на то, как изменения производственной функции отражают технический прогресс, получила широкое распространение и развитие. На ее основе разработаны показатели интенсивности технического прогресса; изменение наклона изоквант при их сдвиге позволяет классифицировать виды технического прогресса, различая трудосберегающее, капиталосберегающее, природосберегающее направления. Однако при этом возникает вопрос: почему определенная комбинация ресурсов «до прогресса» позволяла получить максимум 100 единиц продукта, а «после прогресса» та же самая комбинация тех же самых ресурсов позволяет получить, скажем, 120 единиц продукта? Если мы учли все используемые ресурсы и ничего не упустили, какая же сила породила дополнительные 20 единиц продукта?

На этот вопрос можно дать такой ответ: количество ресурсов осталось тем же самым, но изменилось их качество, так что «после прогресса» использованы не совсем те же самые ресурсы, которые были «до». Однако такое объяснение плохо согласуется с теми допущениями о производственной функции, которые были введены в разделе 1: одно из них сводилось к тому, что каждый аргумент производственной функции соответствует абсолютно однородному ресурсу и что, следовательно, ресурс иного качества — это иной ресурс.

Здесь мы должны вернуться к тому обстоятельству, которое вскользь было упомянуто в разделе 1: термином «производственная функция» обозначают функции по крайней мере двух разных типов. Один тип охватывает функции, которые были предметом обсуждения в двух первых разделах. Будем называть их *теоретическими*. Они являются удобным средством развития теории, но не годятся для расчетов: однородных ресурсов не просто много, практически невозможно даже составить их полный список. Например, некоторое изменение свойств какого-нибудь материала делает уже «этот» ресурс «иным».

К другому типу относятся производственные функции, которые можно условно назвать *расчетными*. Их можно реально построить по наблюдаемым данным и затем использовать для плановых, прогнозных и других расчетов. Каждый аргумент расчетной производственной функции соответствует не однородному, а агрегированному ресурсу. Степень агрегирования может быть различной — и очень укрупненной («труд», «капитал»), и более детальной («основные рабочие», «специалисты», «здания», «станки» и т. д.) — в зависимости от целей расчета и его обеспеченности статистической информацией.

Заметим, что сказанное относится не только к производственным функциям, но и к другим моделям, используемым в экономике: каждая из них может иметь различные варианты, соответствующие различным уровням абстракции. Теоретические (или, как их еще называют, концептуальные) модели обычно слишком громоздки для численной реализации и к тому же требуют практически недоступного объема числовых данных. Расчетные модели предполагают укрупненное описание явлений и небезупречны с точки зрения требований строгой теории.

Все, что говорилось выше о техническом прогрессе и его представлении на языке производственных функций, относилось к функциям агрегированных факторов. Только в таких случаях можно говорить об увеличении продуктивности фактора вследствие изменения его качества.

В теоретической модели изменение качества ресурса — это появление нового вида ресурса. Если исходная производственная функция имела своими аргументами объемы потребления ресурсов n видов, т. е. была функцией n переменных, то появление нового вида ресурса требует использования новой производственной функции, зависящей

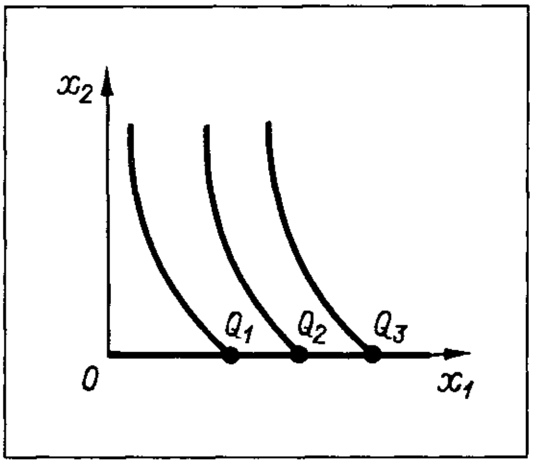


Рис. 18. Карты изоквант: на оси Ox_1 (до появления второго ресурса) и на плоскости Ox_1x_2 (после его появления).

уже от $n+1$ аргумента. Таким образом, для теоретической производственной функции технический прогресс означает увеличение размерности области определения. Исходная производственная функция $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ не отражает новую ситуацию; новая производственная функция $F^*(x_1, x_2, \ldots, x_n, x_{n+1})$ отражает исходную ситуацию, если положить $x_{n+1} = 0$. Связь между производственными функциями описывается равенством

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = F^*(x_1, x_2, \ldots, x_n, 0).$$

Ситуация иллюстрируется рис. 18. Пусть в исходном состоянии фирма использовала только первый вид ресурса, и производственная функция имела вид $F(x_1)$; ее изокванты — отмеченные точки на оси Ox_1. Технический прогресс привел к появлению второго ресурса. Теперь производственная функция имеет вид $F^*(x_1, x_2)$, а ее изокванты — кривые на плоскости Ox_1x_2.

Заметим, что такое представление технического прогресса аналогично описанию короткого и длительного периодов с помощью производственных функций. Новый вид ресурса при этом аналогичен фактору, фиксированному в коротком периоде; единственная особенность состоит в том, что он фиксирован на нулевом уровне (ср. рис. 18 с рис. 12). Поэтому поведение фирмы в условиях технического прогресса иногда называется поведением в сверхдлительном периоде.

Появление нового вида ресурса само по себе еще не означает, что фирма будет его использовать. Если его цена будет слишком высока (изокоста C_1 на рис. 19), то задача выбора ресурсов будет иметь угловое решение (точка A_1) и фирма откажется от использования нового вида ресурса. При снижении цены фирма начнет его применять наряду с традиционным видом (изокоста C_2 и точка A_2). Если традиционный вид может быть полностью замещен новым и цена на новый вид ре-

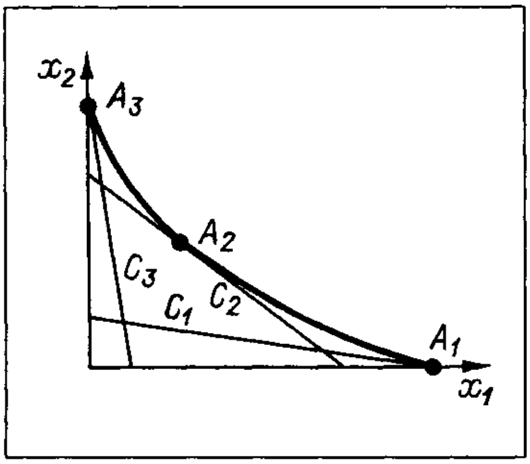


Рис. 19. Изменение выбора ресурсов при снижении цены нового ресурса: отказ от нового (A_1), использование нового вместе с традиционным (A_2) и вытеснение традиционного новым (A_3).

сурса достаточно низка, то задача выбора будет иметь противоположное угловое решение (изокоста C_3 и точка A_3) — традиционный вид ресурса будет полностью вытеснен новым.

РАЗДЕЛ 4

Штрихи к портрету производственной функции

Современная теория производства сложилась в конце XIX—начале XX в. В явном виде производственная функция была представлена в 1890 г. английским математиком А. Берри,[1] помогавшим А. Маршаллу при подготовке математического приложения к его «Принципам». Однако попытки установить зависимость выпуска от количества применяемых ресурсов и дать ей какое-то аналитическое выражение имели место задолго до этого. Познакомимся с некоторыми из них.

Марк Теренций Варрон против Марка Порция Катона

В трактате «О земледелии» известный римский писатель и государственный деятель Марк Порций Катон (234–149 гг. до н. э.) описывает две образцовые виллы (хозяйства): оливковую виллу и виноградник (винодельческое хозяйство). Среди множества рекомендаций по их обустройству есть и такие: для обработки оливковой рощи в 240 югеров (1 югер равен примерно 3 тыс. м^2) Катон определяет необходимое число рабов в 13 человек, включая вилика (управляющего) и вилику (ключницу), а для обработки виноградника в 100 югеров это число составляет 16 человек.

[1] *Berry A.* The Pure Theory of Distribution // British Association for the Advancement of Science : Report of the 60th Meeting, 1890. London, 1893. P. 923–924.

Нормы, предложенные Катоном, вызвали возражение у Марка Теренция Варрона (116–27 гг. до н. э.), столь же известного «писателя по земледелию». Они изложены в его трактате «О сельском хозяйстве». Варрон не соглашается с предположением Катона о том, что между площадью участка и числом рабов, необходимых для его обработки, существует прямая пропорциональная зависимость. Довод Варрона: в общее число рабов Катон не должен был включать вилика и вилику, т. е. расходы по управлению (на содержание управляющего и ключницы), ибо эти расходы постоянны и не зависят от площади участка. «Следовательно, — заключает Варрон, — должно уменьшаться или увеличиваться только число работников и погонщиков быков пропорционально уменьшению или увеличению размера имения». Но и это при условии, «если земля однородна». Если же естественные условия отдельных участков различны, то число рабов будет другим.

Видел Варрон и проблему целочисленности. Он говорил, что Катон предложил меру не единообразную и не нормальную — 240 югеров (нормой является центурия в 200 югеров). Как, «согласно его наставлению, я мог бы отнять шестую часть от 13 рабов или, оставляя в стороне вилика и вилику, каким образом я мог бы отнять шестую часть от 11 рабов?».[2]

Таким образом, Варрон по сути дела приходит к выводу о необходимости сопоставления затрат и выпуска как приращений соответствующих переменных, хотя понятие переменной не было, вероятно, ему известно.

Н. Г. Чернышевский

В известных дополнениях к переводу «Оснований политической экономии» Дж. С. Милля, сделанному в 1859 г. для журнала «Современник», Н. Г. Чернышевский так определил задачу экономической науки: «Разложив продукт на доли, соответствующие разным элементам производства, она должна искать, какое сочетание этих элементов и долей дает наивыгоднейший практический результат. В чем тут состоит задача — понятно каждому: надобно отыскать, при каком сочетании элементов производства данное количество производительных сил дает наибольший продукт».[3] Более того, он предложил и «формулу зависимости производства от двух факторов»,[4] или, как сказали бы мы сейчас, производственную функцию определенного вида.

«Формула», предложенная Н. Г. Чернышевским, проста:

$$A \cdot B = C, \tag{9}$$

---

[2] Античный способ производства в источниках. Л., 1933. С. 22.

[3] *Чернышевский Н. Г.* Очерки из политической экономии (по Миллю) // Избр. эконом. произведения : В 3-х т. М., 1949. Т. 3, ч. 2. С. 178.

[4] *Чернышевский Н. Г.* Основания политической экономии Джона Стюарта Милля // Избр. эконом. произведения : В 3-х т. М., 1948. Т. 3, ч. 1. С. 306–307.

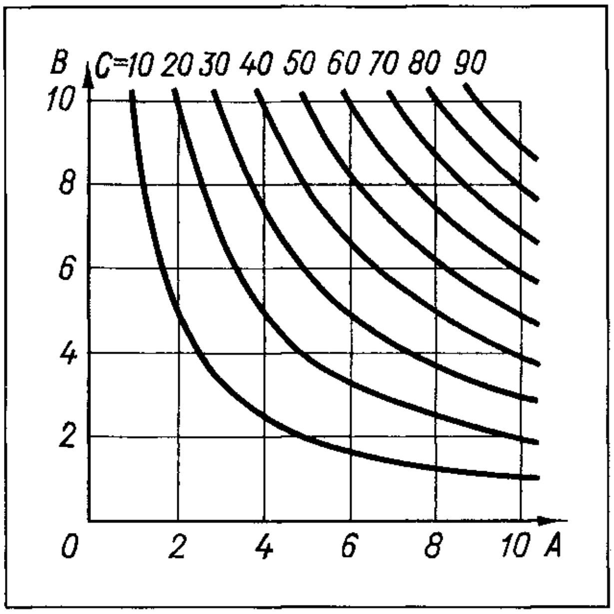


Рис. 20. Карта изоквант производственной функции Н. Г. Чернышевского для различных значений C.

где A — «производительные орудия»; B — «работник»; C — «количество продукта известных качеств, производимого дневным трудом этого работника посредством этих орудий». Коэффициенты при A, B и C характеризуют соответственно «степень достоинства» орудий и работника и «успешность производства». Однако, поскольку сумма коэффициентов при A и B характеризует «данное количество сил, могущих быть обращенными на производство», мы вправе рассматривать их как количество «орудий» и «работников» скорее, чем показатели «степени достоинства» тех и других.

Н. Г. Чернышевский приводит и числовую иллюстрацию своей формулы:

$$
\begin{aligned}
1A \cdot 19B &= 19C\\
2A \cdot 18B &= 36C\\
&\ldots\ldots\\
8A \cdot 12B &= 96C\\
9A \cdot 11B &= 99C\\
10A \cdot 10B &= 100C\\
11A \cdot\ 9B &= 99C\\
12A \cdot\ 8B &= 96C\\
&\ldots\ldots\\
19A \cdot\ 1B &= 19C
\end{aligned}
$$

Очевидно, что «производственная функция» Н.Г. Чернышевского является однородной функцией второй степени. Если мы увеличим количество «орудий» и «работников» в k раз, то

$$C^* = kA \cdot kB = k^2 AB.$$

Следовательно, производство у Н. Г. Чернышевского характеризуется возрастающей отдачей от масштаба.

Изокванта функции (9) имеет на графике вид равнобочной гиперболы. Карта изоквант представлена на рис. 20. Норма технической замены «орудиями» «работников» при неизменном выпуске падает (см. таблицу).

Норма технической замены для функции (9) при $C = 10$

A	B	RTS_{AB}
10.00	1	—
5.00	2	5.00
3.33	3	1.60
2.50	4	0.83
2.00	5	0.50
1.66	6	0.34
1.43	7	0.23
1.25	8	0.18
1.11	9	0.14
1.00	10	0.11

К. Маркс

Взаимосвязь между количествами применяемых ресурсов и объемом выпуска Маркс называл техническим строением капитала. Напомним, что он различал техническое, стоимостное и органическое его строение. Если первое определяется отношением между средствами производства и необходимым для их применения количеством рабочей силы, а второе — тем отношением, в котором капитал распадается на стоимость средств производства и стоимость рабочей силы, то органическим строением капитала Маркс называл его стоимостное строение, «поскольку оно определяется его техническим строением и отражает в себе изменения технического строения».[5]

Различая техническое и органическое строение, Маркс писал: «Первое отношение покоится на техническом базисе и на известной ступени развития производительных сил может рассматриваться как

[5] *Маркс К., Энгельс Ф.* Соч. 2-е изд. Т. 23. С. 626.

данное. Требуется определенная масса рабочей силы, представленная определенным числом рабочих, чтобы произвести определенную массу продукта, например, в течение одного дня, и, следовательно, — что уже при этом само собой разумеется, — привести в движение, потребить производительно определенную массу средств производства, машин, сырья и т. д. ... Отношение это очень различно в различных отраслях производства, часто даже в различных подразделениях одной и той же отрасли промышленности, хотя, с другой стороны, в очень отдаленных друг от друга отраслях промышленности оно случайно может быть совершенно или почти одинаковым».[6]

Достаточно сравнить приведенное определение технического строения капитала с современными определениями производственной функции, чтобы убедиться в их логическом тождестве. Это дает основание использовать в качестве меры технического строения не сами массы капитала (K) и труда (L), а частные дифференциалы простейшей производственной функции $Q = f(K, L)$:

$$\frac{\partial Q/\partial K \cdot K}{\partial Q/\partial L \cdot L}. \tag{10}$$

Если обозначить цену капитала P_K, а цену труда P_L и приравнять техническое и стоимостное строение, получим

$$\frac{\partial Q/\partial K \cdot K}{\partial Q/\partial L \cdot L} = \frac{P_K \cdot K}{P_L \cdot L}. \tag{11}$$

А это значит, что стоимостное строение капитала можно рассматривать как его органическое строение лишь в том случае, если цены ресурсов пропорциональны их предельной производительности:

$$\frac{P_K}{\partial Q/\partial K} = \frac{P_L}{\partial Q/\partial L}. \tag{12}$$

Поскольку $\partial Q/\partial K = MP_K$, $\partial Q/\partial L = MP_L$, равенство (12) легко приводится к условию оптимальной комбинации ресурсов (7).

Н. Огронович

В 1871 г. в Санкт-Петербурге вышла в свет небольшая книжка с любопытным названием «Новое определение труда и капитала. Наибольшая ценность того или другого, значение наибольшей ценности их в социальной жизни и о наибольшем их производстве, или Новая наука о концентрировании атомов, клеточек, индивидов, ферм в производительных районах с приложением высшей математики». В сущности

[6] Там же. Т. 25, ч. 1. С. 157–158.